7

# MEDIÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS UTILIZANDO VELOCIMETRIA POR IMAGEM DE PARTÍCULAS

Juliana Kuhlmann Abrantes Igor Braga de Paula Luis Fernando Alzuguir Azevedo

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio Departamento de Engenharia Mecânica Rio de Janeiro, RJ

# 7.1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da mecânica dos fluidos sempre foi – e ainda é – fortemente baseado na observação qualitativa dos escoamentos. Os desenhos de Leonardo da Vinci, como o reproduzido na figura 1, podem ser considerados os primeiros estudos sistemáticos em mecânica dos fluidos utilizando a visualização de escoamentos com as técnicas de registro disponíveis à época. Os experimentos de Reynolds sobre a transição laminar-turbulento do escoamento em dutos, bem como os de Prandtl sobre escoamentos em regiões próximas a paredes, são exemplos clássicos da contribuição da visualização de escoamentos para o entendimento e avanço da dinâmica de fluidos.



Figura 1. Desenhos de da Vinci mostrando campos complexos de escoamentos sobre objetos.

Uma série de desenvolvimentos tecnológicos ocorridos nas últimas décadas permitiu que a visualização de escoamentos passasse também a oferecer informações quantitativas sobre o campo instantâneo de velocidade em regiões extensas do escoamento. Até então, com as técnicas de medição pontuais disponíveis, estas informações valiosas não podiam ser obtidas. De fato, a disponibilização a custos cada vez mais acessíveis de câmeras digitais com altas resoluções temporais e espaciais e de fontes de iluminação pulsada de elevada energia e frequência de pulsação, aliada à crescente capacidade de computação, permitiu o desenvolvimento de sistemas capazes de medir campos instantâneos de velocidade formados por milhares de vetores.

Esta revisão trata de uma classe de técnicas de medição de velocidade de fluidos derivada diretamente da visualização dos escoamentos, geralmente chamada de *Velocimetria por Imagem de Partículas*, ou mais comumente conhecida por sua sigla, *PIV*, do inglês "Particle Image Velocimetry". A figura 2 apresenta um exemplo de um campo instantâneo de velocidade medido com a técnica *PIV* na seção transversal de um escoamento turbulento através de um tubo, com número de Reynolds igual a 42.000. Na figura são apresentados cerca de 5.000 vetores velocidade.

Na sua versão padrão bi-dimensional, a técnica *PIV* consiste na determinação do deslocamento de partículas traçadoras dispersas no fluido e iluminadas externamente por um plano de luz pulsada, normalmente produzida por uma fonte laser. Uma câmera fotográfica alinhada ortogonalmente ao plano de luz registra a posição das partículas, ou de grupo de partículas, em dois ou mais instantes de tempo consecutivos e precisamente conhecidos. Algoritmos especializados de processamento de imagens

são utilizados para determinar o campo de deslocamento das partículas ou grupos de partículas, fornecendo o campo de velocidade desejado, uma vez que o intervalo de tempo é conhecido.



Figura 2. Escoamento turbulento a Reynolds 42.000 através de tubo circular medido com sistema *PIV estereoscópico*. Cerca de 5.000 vetores velocidade medidos estão representados na figura (Pereira, 2009).

Quando o número de partículas registradas nas imagens é tal que permite o acompanhamento individual do movimento das partículas, a técnica recebe o nome de *Velocimetria por Acompanhamento de Partículas*, sendo conhecida pela sigla *PTV*, do inglês "Particle Tracking Velocimetry". Neste caso, uma vez que o par de cada partícula na imagem formada pelo primeiro pulso de luz for encontrado na imagem formada pelo segundo pulso de luz, cada partícula terá produzido um vetor deslocamento. As desvantagens do método *PTV* estão associadas ao fato que a densidade de partículas não pode ser muito elevada, de modo a permitir a associação de cada partícula com seu par. Normalmente, os níveis de concentração utilizados levam a campos de velocidade esparsos, com um número não muito elevado de vetores. Outra desvantagem do método está no fato que vetores deslocamento são determinados nas posições aleatórias onde as partículas são registradas. Assim, é necessário um processo de interpolação para determinar os valores dos vetores deslocamento (ou velocidade) em uma malha regular ou em posições específicas desejadas pelo usuário.

Já quando o número de partículas é tal que a identificação do deslocamento individual das partículas se torna impossível, os deslocamentos médios de pequenos grupos de partículas são acompanhados e determinados por técnicas estatísticas, configurando a técnica *PIV*.

Para um número ainda maior de partículas, padrões de interferência serão formados se a luz que ilumina as partículas é coerente, como no caso de lasers. Este caso caracteriza a técnica de *Velocimetria por Speckle de Laser*, conhecida pela sigla *LSV*, do inglês "Laser Speckle Velocimetry". Esta técnica, na verdade, foi derivada do método utilizado em mecânica dos sólidos para a medição de deslocamento de superfícies. Nesta área de aplicação em materiais sólidos, as rugosidades características das superfícies, quando iluminadas por uma fonte de luz coerente, agem como sítios de espalhamento de luz. Devido à proximidade destes sítios, a luz espalhada interfere formando padrões de franjas conhecidos como *speckles*. Com o movimento das superfícies, os speckles também se movimentam, tendo os seus deslocamentos registrados por uma câmera fotográfica. A transposição do uso desta técnica para fluidos exige a utilização de uma grande concentração de partículas traçadoras no fluido de modo a produzir os speckles. Historicamente, as primeiras medidas de campos instantâneos de velocidade foram realizadas por Barker and Fourney (1977) e Dudderar e Simpkins (1977) utilizando a técnica *LSV*.

Assim, o importante parâmetro que distingue estes modos de operação é a concentração de partículas no fluido,  $C_p$ . Ao longo do tempo foi demonstrado que na maioria de situações de interesse a concentração de partículas traçadoras não atinge, ou não é desejável que atinja, os níveis necessários para a formação de speckles. Neste caso, são registradas simplesmente as imagens das partículas, sem formação de speckles. Daí o nome *velocimetria por imagem de partículas*, utilizado para diferenciar da técnica na qual as imagens dos padrões de interferência eram registrados. A técnica *PIV* é atualmente dominante e a *LSV* praticamente não é mais utilizada.

Dentre outras vantagens, a técnica *PIV* fornece resolução espacial muito superior àquela alcançada pela técnica *PTV*. Como será comentado mais adiante no texto, diversas variantes da técnica *PIV* foram desenvolvidas, permitindo a medição de campos de velocidade tri-dimensionais em regiões planas do escoamento (*PIV estereoscópico*), ou campos de velocidade tri-dimensionais em regiões tri-dimensionais (*PIV volumétrico*). Também estão disponíveis técnicas adequadas para a medição de escoamentos em geometrias com dimensões microscópicas, conhecidas como *micro-PIV*. As elevadas taxas de aquisição de imagens hoje possíveis com as câmeras digitais disponíveis permitem até mesmo a medição de campos de velocidade tri-dimensionais resolvidos no tempo, o que vem sendo chamado de *PIV-4D*.

O objetivo deste texto é auxiliar o usuário iniciante em *PIV* no aprendizado dos fundamentos da técnica, e indicar as principais referências para que ele possa vir a aprofundar seus conhecimentos. Apesar de sua natureza simples baseada no registro da posição de partículas traçadoras em dois instantes de tempo distintos, o domínio e a correta utilização da técnica, mesmo quando sistemas comerciais são usados, requer conhecimento e treinamento adequados. Daí a recomendação para que os fundamentos sejam dominados pelo futuro usuário. Isto é necessário, inclusive, para que o usuário seja capaz de selecionar – em meio ao rápido desenvolvimento dos sistemas disponíveis – um sistema apropriado para as aplicações que tem em vista.

É interessante notar que há exatamente 10 anos preparamos um texto com o mesmo objetivo para a Segunda Escola de Transição e Turbulência, realizada em Florianópolis. Naquela época havia apenas um sistema *PIV* operando no País, capaz de medir apenas velocidades da ordem de centímetros por segundo em líquidos. Hoje, a quase totalidade dos laboratórios de pesquisa do país que atuam na área de mecânica dos fluidos possui pelo menos um sistema *PIV* em funcionamento. Estes sistemas, quase todos comerciais, são capazes de realizar medidas a qualquer nível de velocidade em líquidos ou gases, produzindo campos de velocidade bi e tridimensionais em regiões planas. Ainda são poucos os sistemas em uso no País com capacidade para medições tri-dimensionais em regiões volumétricas.

Ao longo destes dez anos grandes avanços foram verificados nos componentes dos sistemas PIV, o que ampliou significativamente sua capacidade de medição no que diz respeito à resolução espacial, temporal, número de componentes de velocidade medidas e dimensões das regiões de medição. A resolução espacial das câmeras foi ampliada tremendamente. Em 2002 câmeras de 2 Mpixel funcionando a 7 Hz eram consideradas as mais sofísticadas. Hoje, câmeras com esta resolução operam a milhares de Hz de frequência de aquisição de imagens, possibilitando medidas resolvidas no tempo. Câmeras de 24 Mpixel estão disponíveis para baixas frequências de aquisição. Grandes avanços também foram verificados no que diz respeito às frequências de operação das fontes pulsadas de laser que, de alguns Hz, passaram a operar a milhares de Hz, permitindo assim a sincronização com as câmeras de alta frequência. O surgimento recente das fontes pulsadas de LED de alta energia fornece uma alternativa de custo significativamente inferior aos lasers pulsados, o que pode trazer impactos na forma de operar os sistemas, que deverão passar a utilizar múltiplos pulsos de iluminação ao invés dos tradicionais pulsos duplos. Notável também foi o aumento na capacidade de processamento disponível. Em acordo com a Lei de Moore, que indica que a capacidade de processamento dos processadores dobra a cada 18 meses, no período de dez anos experimentou-se um aumento de cerca de 100 vezes na capacidade de processamento destes dispositivos que, aliados às arquiteturas paralelas, permitem hoje o processamento de um número significativo de imagens utilizando algoritmos muito mais sofisticados que os utilizados anteriormente. O número de artigos relacionados ao desenvolvimento e aplicação da técnica *PIV* também cresceu exponencialmente. Dois livros condensam o conhecimento fundamental disponível sobre ao assunto até 2011 e são fortemente recomendados para aqueles interessados na técnica (Raffel et al., 2007; Adrian and Westerweel, 2011).

Sondas pontuais de medição eram as únicas ferramentas utilizadas na medição de escoamentos antes do estabelecimento das técnicas de medição de campo completo de velocidade, como *PIV*. Dentre as sondas pontuais mais utilizadas destacam-se os tubos de Pitot, os anemômetros de fio e filme quente e o anemômetro laser-Doppler (Goldstein, 1996). Medidas utilizando simultaneamente diversas sondas pontuais foram realizadas para inferir informações espaciais mais detalhadas do escoamento. O trabalho de Tutkun et al. (2009) é um exemplo da utilização simultânea de 143 sondas de fio quente no estudo da estrutura do escoamento junto a uma parede. No entanto, o uso de múltiplas sondas é limitado pelo custo do experimento, nível de perturbação causado e complexidade de operação.

Sondas pontuais são muito desenvolvidas e apresentam exatidão inigualável, além de excelentes respostas de frequência, capazes de resolver todo o espectro de frequência de interesse para os estudos da turbulência. Estes instrumentos de medição são adequados para o desenvolvimento de modelos de turbulência baseados nas médias de Reynolds das equações de Navier-Stokes (Adrian & Westerweel, 2011) para resolver o escoamento turbulento médio. Estes modelos estão escritos em termos de grandezas estatísticas que só requerem informações pontuais a cada instante de tempo, com exceção da dissipação da energia cinética turbulenta.

Entretanto, a utilização de sondas pontuais não permite que as estruturas do escoamento sejam conhecidas como resultado da medição. Também, mudanças nas condições de contorno ou geometria do escoamento não são detectadas com facilidade por medidas pontuais. Esta é uma característica importante nos estudos de otimização de escoamentos de interesse industrial. Por exemplo, o efeito na estrutura global do escoamento causado por uma mudança no ângulo de ataque de um aerofólio requer um novo mapeamento completo do escoamento por uma sonda pontual. Obviamente, todo o período transiente associado à mudança da geometria não pode ser capturado pela sonda pontual.

Visualizações qualitativas do escoamento permitem a observação instantânea das mudanças de condições de contorno do escoamento, como a mudança do ângulo de ataque do aerofólio do exemplo anterior. No entanto, as informações quantitativas sobre o escoamento não são obtidas com a visualização.

Técnicas de campo completo como *PIV* combinam a natureza quantitativa das sondas pontuais com as informações globais da visualização, fornecendo informações instantâneas de boa exatidão em todo o domínio de interesse do escoamento. Tipicamente, a exatidão na medida da velocidade obtida com *PIV* situa-se na faixa de 0,2 a 2% do fundo de escala, valores superiores aos que podem ser obtidos com

técnicas pontuais, mas ainda assim bastante adequados para a avaliação das estatísticas do escoamento. Na maioria das aplicações encontradas são medidos de 2.000 a 20.000 vetores velocidade instantaneamente, o que fornece uma completa idéia das estruturas do escoamento.

Do ponto de vista econômico, também é vantajosa a utilização de técnicas de medição de campo completo de velocidade como *PIV*. Em grandes instalações de testes, como grandes túneis de vento ou de água, os custos de operação podem ser significativos. Uma campanha de teste usando sondas pontuais pode requerer um número elevado de horas. No caso de *PIV*, milhares de imagens podem ser adquiridas em um tempo relativamente curto, e processadas posteriormente, fora da instalação, minimizando desta forma os custos totais do experimento.

Talvez a maior vantagem das técnicas de campo completo sobre as técnicas pontuais seja a sua capacidade de fornecer medidas instantâneas de derivadas espaciais das grandezas de interesse. Somente com técnicas como *PIV* é possível determinar-se os campos instantâneos de grandezas como tensor gradiente de velocidade, taxas de deformação, vetor vorticidade e taxas de dissipação viscosa. Uma observação da equação de Navier-Stokes apresentada abaixo revela que as informações sobre gradientes espaciais instantâneos estão presentes em cada termo da equação. Além disso, caso o termo de aceleração temporal seja avaliado com a utilização de *PIV* com múltiplos pulsos de luz, o campo de pressão pode ser determinado a partir do campo instantâneo de velocidade medido. Esta técnica já está sendo utilizada na determinação de campos de pressão sobre superfícies de aerofólios (Novara & Scarano, 2012).

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U}.\vec{\nabla}\vec{U} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\vec{\nabla}.\vec{\nabla}\vec{U} .$$
<sup>(1)</sup>

Também de grande interesse, as grandezas integrais calculadas com o campo de velocidade instantâneo só podem ser medidas com a utilização de técnicas de campo completo. Dentre estas, podemos citar os fluxo de massa cruzando superfícies e a circulação.

# 7.2 PRINCÍPIOS BÁSICOS DE PIV

Nesta seção os elementos fundamentais de um sistema *PIV* padrão serão introduzidos ao leitor para facilitar a descrição mais detalhada que será apresentada nas seções subseqüentes.

A Figura 3 apresenta de forma esquemática a versão bi-dimensional de um sistema *PIV*. Neste arranjo considerado como o padrão, duas componentes de velocidade são medidas em um plano definido pela espessura do feixe de luz. Este

sistema é normalmente denominado 2D-2C, significando que mede duas componentes de velocidade em uma região bi-dimensional. Outros sistemas mais sofisticados são denominados 2D-3C e 3D-3C, significando, respectivamente, a medição de 3 componentes da velocidade em uma região bi-dimensional, e 3 componentes da velocidade em uma região bi-dimensional, e 3 componentes da velocidade em uma região bi-dimensional. Estes sistemas mais avançados serão descritos mais adiante neste texto.



Figura 3. Desenho esquemático de um sistema PIV bi-dimensional.

Como indicado na figura 3, dois pulsos de luz na forma de um plano são produzidos pela fonte de iluminação, normalmente uma fonte laser. As dimensões mais usuais do plano de luz são da ordem 1 x 100 mm (espessura x largura), podendo atingir valores de larguras de plano da ordem de 1 metro em aplicações especiais. Fontes laser são utilizadas não por suas propriedades de coerência (só necessárias nas técnicas holográficas), mas pela elevada densidade de energia produzida e facilidade de controle de intervalos entre pulsos. O duplo pulso de luz ilumina partículas traçadoras previamente dispersas de modo homogêneo no fluido. Estas partículas devem ser cuidadosamente selecionadas de modo a seguir fielmente o escoamento e ainda assim espalhar luz suficiente para que suas imagens possam ser registradas na câmera fotográfica.

A figura 4 apresenta um esquema um pouco mais detalhado do sistema, com os principais parâmetros óticos de formação de imagem envolvidos. A câmera fotográfica que registra a posição das partículas no plano de iluminação é montada ortogonalmente ao plano de luz. A distância da lente ao plano iluminado em foco é  $Z_0$ , e ao plano da imagem (o filme fotográfico ou sensor da câmera),  $z_0$ . Uma lente apropriada define o grau de *magnificação M* da imagem garantindo, ao mesmo tempo, que o campo de visão cubra a região desejada a ser investigada no escoamento e que a imagem das partículas seja registrada com resolução adequada no sensor da câmera.

Magnificações  $M = z_0/Z_0$  na faixa de 0,1 a 10 são tipicamente utilizadas em sistemas *PIV*.



Figura 4. Parâmetros envolvidos no registro de imagens PIV.

Originalmente, sistemas *PIV* eram operados com câmeras fotográficas utilizando filme químico. Atualmente câmeras digitais são largamente empregadas e são as principais responsáveis pela popularização dos sistemas *PIV*, uma vez que os resultados das medições são disponibilizados quase em tempo real, ao contrário do que acontecia com os filmes químicos que precisavam ser revelados em um processo laborioso que podia implicar em um grande intervalo de tempo entre aquisição das imagens e a análise dos resultados. Aos poucos, a evolução das câmeras digitais tem produzido sensores com resolução espacial equivalente àquela oferecida por filmes químicos. As melhores resoluções espaciais, no entanto, ainda são obtidas por filmes de alta resolução. Apesar disso, câmeras digitais atualmente dominam as aplicações em sistemas *PIV*. Nesta revisão apenas consideraremos imagens registradas em câmeras digitais.

Um circuito eletrônico controla o funcionamento de todo o sistema. Este circuito tem a responsabilidade de sincronizar cada pulso do laser com a aquisição da imagem pela câmera. É comum também que este circuito sincronizador aceite sinais para sincronização com eventos externos relevantes para o experimento, como a abertura de uma válvula ou a fase da rotação de um eixo de uma máquina de fluxo.

As imagens de dupla exposição são registradas em forma digital nos sensores das câmeras, normalmente dos tipos *CCD* ou *CMOS*. Como será descrito em mais detalhes nas próximas seções, os sensores das câmeras são formados por matrizes de pequenos sensores, os *pixels*, que armazenam as cargas elétricas geradas como efeito da absorção dos fótons (efeito *fotoelétrico*). Os pixels têm dimensões típicas da ordem de 10 µm, e sensores atuais apresentam de 2 milhões a 25 milhões de pixels. O tempo de transferência das cargas armazenadas nos pixels para a memória limita o menor

intervalo de tempo entre duas exposições consecutivas das imagens das partículas. Câmeras com tempo de transferência de carga da ordem de microsegundos disponíveis atualmente permitem que cada imagem gerada por um pulso de luz seja registrada em um quadro diferente, produzindo o mais robusto modo de operação da técnica *PIV*, denominado modo de registro *pulso-único / quadro-duplo*.

A alternativa a este modo é o registro de dois pulsos no mesmo quadro. Este modo de operação oferece capacidade de medição de escoamentos com velocidades ilimitadas, pois o intervalo de tempo entre os pulsos de iluminação que determina o máximo deslocamento das partículas na imagem pode ser produzido tão pequeno quanto desejável com a utilização de duas fontes laser independentes. No entanto, este modo de operação apresenta o inconveniente de não fornecer o sentido do deslocamento das partículas. Existem dispositivos de espelhos girantes que podem ser acoplados ao sistema para determinar o sentido do escoamento (Raffel et al., 2007), mas com um significativo aumento na complexidade da operação. O modo de operação descrito no parágrafo anterior, *pulso-único / quadro-duplo*, com cada pulso localizado em um quadro da câmera, é o mais utilizado em sistemas *PIV*, e será o único considerado no restante do texto.

As imagens armazenadas são pré-processadas e analisadas por algoritmos especialmente desenvolvidos para este fim. O objetivo do pré-processamento é melhorar a qualidade da imagem das partículas, se necessário, visto que esta pode ser afetada por diversos fatores como variações de iluminação, reflexões provenientes de superfícies sólidas, etc. Na etapa de análise das imagens, busca-se determinar o campo de deslocamento das partículas traçadoras tendo como base as duas imagens associadas ao duplo pulso da fonte de iluminação. O pré-processamento e, principalmente, a análise das imagens são etapas muito importantes do processo de medição. Delas dependem, em última instância, a confiabilidade, resolução e exatidão das medições obtidas. Uma vez determinado o campo de deslocamentos, a velocidade é determinada através da divisão pelo intervalo de tempo conhecido entre pulsos de iluminação:

$$\vec{U} = \frac{\Delta \vec{X}(\vec{X}, t)}{M \,\Delta t} , \qquad (2)$$

onde M é a magnificação da imagem como definida na figura 4, e pode ser determinada através de um procedimento de calibração.

A determinação do campo de deslocamentos é feita por métodos estatísticos. O procedimento inclui a divisão das imagens em sub-regiões chamadas de *janelas de interrogação*. Cada janela tem dimensão pequena o suficiente para ser considerada

com um ponto no escoamento. A dimensão da janela de interrogação determina a resolução espacial da técnica de medição. A janela é, no entanto, grande o suficiente para conter um número razoável de partículas, digamos 10 partículas. O padrão de posições relativas de um dado grupo de partículas em uma janela na primeira imagem é comparado com o padrão das partículas em uma janela posicionada no mesmo local na segunda imagem. Através de técnicas de correlação de imagens, é possível determinar o deslocamento do grupo de partículas e associá-lo ao ponto em análise. Este procedimento é repetido alterando-se a posição da janela, até que toda a imagem tenha sido analisada e o campo de deslocamentos determinado. Este procedimento será detalhado em seções subsequentes.

Um parâmetro relevante na análise de imagens, relacionado à concentração de partículas, é a *densidade da imagem*, definida como (Adrian, 1984):

$$N_I = C_p A_I \frac{\Delta Z_{pl}}{M^2}.$$
(3)

Na expressão acima,  $A_I$  é a área da janela de interrogação,  $C_p$  é o número de partículas por unidade de volume, e  $\Delta Z_{pl}$  é a espessura do plano de luz, de acordo com a figura 4. Quando  $N_I$  é pequeno, a análise de imagens pode ser feita pelo acompanhamento de partículas mencionado anteriormente, o *PTV*. Quando  $N_I$  é da ordem de 10, as análises são processadas por correlações de imagens, caracterizando a técnica *PIV*.

Uma das contribuições mais importantes da técnica *PIV* para o desenvolvimento da mecânica dos fluidos é sua capacidade de fornecer derivadas espaciais da velocidade, possibilitando a determinação de importantes quantidades como o vetor vorticidade  $\vec{\omega}$  e o tensor gradiente de velocidade, ou ao menos de alguns de seus componentes. Como pode ser visto na equação (4), a determinação do vetor vorticidade exige a medição das derivadas espaciais das três componentes de velocidade em relação às três direções dos eixos coordenados,

$$\vec{\omega} = \omega_X \hat{e}_X + \omega_Y \hat{e}_Y + \omega_Z \hat{e}_Z = = \left[\frac{\partial W}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial Z}\right] \hat{e}_X + \left[\frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{\partial W}{\partial X}\right] \hat{e}_Y + \left[\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}\right] \hat{e}_Z .$$
(4)

Na equação acima, U,  $V \in W$  são os componentes cartesianos do vetor velocidade. Um sistema *PIV* padrão como o descrito anteriormente só é capaz de medir duas componentes de velocidade em um plano. Portanto, de acordo com a

equação (4), somente a componente do vetor vorticidade ortogonal ao plano de iluminação poderá ser medida. A medição das três componentes do vetor vorticidade só é possível com um sistema tri-dimensional volumétrico (3D-3C).

Analogamente, para a medição de todos os componentes do tensor gradiente de velocidade indicado abaixo, um sistema *PIV* tri-dimensional é necessário. De acordo com a equação (5), o tensor gradiente pode ser dividido em uma parte simétrica e uma anti-simétrica. Estes dois tensores podem ter seus termos escritos em função dos componentes da *taxa de deformação* ( $\epsilon_{XX}$ ,  $\epsilon_{XY}$ ,  $\epsilon_{XZ}$ ,  $\epsilon_{YX}$ ,  $\epsilon_{YZ}$ ,  $\epsilon_{ZX}$ ,  $\epsilon_{ZX}$ ,  $\epsilon_{ZZ}$ ,  $\epsilon_{ZZ}$ ,  $\epsilon_{ZZ}$ ) e da vorticidade definida acima ( $\omega_X$ ,  $\omega_Y$ ,  $\omega_Z$ ). Um sistema planar 2D-2C somente determinará os quatros componentes do tensor envolvendo as derivadas com relação a *X* e *Y* das velocidades *U* e *V*. Um sistema 2D-3C, que mede também a componente *W* de velocidade no plano, irá fornecer mais dois componentes do tensor gradiente, mas não tornará possível o cálculo de nenhum componente adicional de vorticidade ou taxa de deformação, por não fornecer derivadas  $\partial(\cdot)/\partial Z$ . Isto pode ser verificado observando os tensores abaixo. A totalidade dos termos só pode ser determinada em um esquema de medição 3D-3C.

$$\vec{\nabla}\vec{U} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \right] + \\ + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix} \right] = \\ = \begin{bmatrix} \epsilon_{XX} & \frac{1}{2} \epsilon_{XY} & \frac{1}{2} \epsilon_{XZ} \\ \frac{1}{2} \epsilon_{YX} & \epsilon_{YY} & \frac{1}{2} \epsilon_{YZ} \\ \frac{1}{2} \epsilon_{ZX} & \frac{1}{2} \epsilon_{ZY} & \epsilon_{ZZ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \omega_{Z} & -\frac{1}{2} \omega_{X} \\ -\frac{1}{2} \omega_{X} & \frac{1}{2} \omega_{Y} & 0 \end{bmatrix}$$
(5)

Antes de fechar esta descrição inicial da técnica *PIV*, é interessante apresentar ao pesquisador iniciante na técnica um exemplo de uma imagem típica de partículas adequada para uma análise de correlação de imagens. No caso da visualização qualitativa de escoamentos, o que se deseja é diferenciar partes do escoamento para torná-lo visível. Por exemplo, no caso da visualização de um jato livre, o traçador é introduzido no jato mas não no restante do fluido, de modo que a fronteira do jato torne-se visível. Ao contrário, no caso da técnica *PIV* o traçador deve ser distribuído

homogeneamente em todo o fluido. Assim, uma imagem das partículas adequada para ser processada deve aparecer como uma distribuição homogênea de partículas, e nenhuma característica do escoamento deve estar visível. A Figura 5 apresenta um exemplo do escoamento de um jato espiralado incidente (Abrantes, 2006). À esquerda, uma imagem de partículas (um dos dois quadros capturados) obtida para ser processada pela técnica *PIV*, na qual não se pode notar nenhuma característica do escoamento. À direita, um campo de velocidades instantâneo obtido.



Figura 5. Jato espiralado incidente extraído do trabalho de Abrantes (2006): imagem bruta de uma das exposições e campo instantâneo resultante da análise.

Nas próximas seções, alguns aspectos da técnica *PIV* serão discutidos com maior profundidade. Devido à sua complexidade e diferentes possibilidades de implementação, além da limitação de espaço, esta apresentação terá caráter também limitado. O leitor interessado poderá aprofundar seus conhecimentos nos livros mencionados no início do texto.

# 7.3 PARTÍCULAS TRAÇADORAS

O *PIV*, conforme mencionado anteriormente, é um método indireto de medição de velocidade, isto é, mede a velocidade de um elemento de fluido indiretamente através da medição da velocidade de partículas traçadoras adicionadas ao escoamento. Portanto, as propriedades destas partículas, assim como os mecanismos para sua geração e dispersão no escoamento, são pontos cruciais que devem ser analisados na implementação de um sistema de medição *PIV*.

Em resumo, as propriedades mais importantes das partículas traçadoras são a capacidade de seguir fielmente o movimento do fluido, com precisão e sem

influenciar o escoamento, e a capacidade de espalhar luz suficiente para gerar imagens de qualidade e com baixo nível de ruído.

#### 7.3.1 Dinâmica

As propriedades dinâmicas das partículas devem ser examinadas de forma a evitar discrepâncias significativas entre o movimento do fluido e o das partículas. Deve-se garantir que, para cada experimento, as partículas seguirão fielmente o movimento dos elementos de fluido. Neste sentido, a principal hipótese é a de que estas partículas traçadoras são pequenas em comparação à menor escala de variação espacial da velocidade do fluido. Normalmente, estas partículas são da ordem de poucos micrometros para escoamentos gasosos e algumas dezenas de micrometros para escoamentos líquidos.

#### Retardo de velocidade

A influência de forças gravitacionais no caso em que as densidades do fluido,  $\rho_f$ , e das partículas traçadoras,  $\rho_p$ , não são as mesmas pode constituir uma fonte de erro importante. Em muitas situações práticas, este efeito é desprezível, mas de qualquer forma é importante analisar, por exemplo, o comportamento da partícula sob aceleração.

Assumindo uma partícula esférica de diâmetro  $d_p$  (a hipótese de geometria esférica da partícula é válida para pequenas gotículas e partículas sólidas monodispersas) em um fluido de viscosidade dinâmica  $\mu_f$ , se o *número de Reynolds da partícula*,  $Re_p = \rho_f |U_p - U|d_p / \mu_f$ , for suficientemente pequeno ( $\ll 1$ ), podese utilizar a *Lei de Stokes* para derivar o *retardo de velocidade* de uma partícula num fluido sob aceleração contínua  $\vec{a} = d\vec{U}/dt$ :

$$\vec{U}_{p} - \vec{U} = d_{p}^{2} \frac{(\rho_{p} - \rho_{f})}{18 \,\mu_{f}} \,\vec{a} \,.$$
(6)

A resposta de  $\vec{U}_p$  à velocidade do fluido segue tipicamente uma lei exponencial se a partícula é "pesada", isto é, se a densidade da partícula é muito maior do que a densidade do fluido ( $\rho_p \gg \rho_f$ ):

$$\vec{U}_{p}(t) = \vec{U} \left[ 1 - exp\left( -\frac{t}{\tau_{p}} \right) \right],$$
(7)

com o *tempo de resposta da partícula*,  $\tau_p$ , que representa sua habilidade em seguir fielmente o fluido em aceleração à sua volta, sendo dado por:

$$\tau_p = d_p^2 \, \frac{\rho_p}{18 \, \mu_f}.$$
(8)

Assim, uma medida conveniente da tendência das partículas a atingir equilíbrio de velocidade com o fluido é obtida com o *número de Stokes da partícula*:

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_{flow}},$$
(9)

que é a razão entre o tempo de resposta da partícula e a menor escala de tempo do escoamento sendo estudado. Para que as partículas sejam traçadores adequados, sua resposta deve ser mais rápida que  $\tau_{flow}$ . Nos casos extremos, se  $St \rightarrow 0$ , as partículas se comportam como traçadores perfeitos; se  $St \rightarrow \infty$ , elas não respondem ao escoamento.

Se a aceleração do fluido não é constante ou a lei de arraste de Stokes não se aplica, as equações de movimento da partícula envolvem outros termos (inclusive podem levar em conta a história temporal da diferença de velocidade partícula/fluido), tornando-se mais difíceis de resolver, e a solução não é mais um simples decaimento exponencial da velocidade. Ainda assim,  $\tau_p$  continua sendo uma medida conveniente da tendência das partículas a atingirem equilíbrio de velocidade com o fluido.

Em escoamentos de líquidos, o problema de se encontrar partículas com densidade igual à do fluido geralmente não é severo, e partículas sólidas com propriedades adequadas podem ser escolhidas com relativa facilidade. Entretanto, surgem mais dificuldades para se encontrar partículas apropriadas para o caso de escoamentos de gás. Como se percebe pela equação (6), devido à maior diferença de densidade entre o fluido e as partículas traçadoras, o diâmetro das partículas deve ser muito pequeno para assegurar um bom acompanhamento do escoamento. O tempo de resposta de uma gotícula de óleo de 1µm em um escoamento de ar, por exemplo, é de aproximadamente 3 µs. Por outro lado, o diâmetro das partículas não pode ser pequeno demais, pois as propriedades de espalhamento de luz, que veremos em breve, também devem ser levadas em consideração. Assim, fica claro que um compromisso deve ser encontrado.

**Escoamentos turbulentos**. Deve-se considerar, quando se deseja fazer medições com *PIV* em escoamentos turbulentos, todo o espectro de frequência das estruturas que se busca medir. As pequenas estruturas de frequência mais alta representam, claro, um

desafio maior no que diz respeito à resposta das partículas. A figura 6 mostra exemplos de resposta de partículas em um escoamento turbulento para diferentes valores da frequência característica do movimento da partícula,  $C = 18 \,\mu_f / \rho_p d_p^2$ (Melling, 1997).  $\overline{u_p^2}/\overline{u_f^2}$  representa a razão entre as energias de flutuação média da partícula e das estruturas do escoamento, somadas para todas as frequências abaixo de  $f_c$ .  $\omega_c$  é a frequência angular mais alta da turbulência no escoamento em questão, e  $f_c = \omega_c / (2\pi)$ . Pode-se notar o decaimento rápido do valor de  $\overline{u_p^2}/\overline{u_f^2}$  a partir do valor unitário "ideal", especialmente para valores menores de *C*, correpondentes a partículas com maior tempo de resposta. A curva para  $C = 1.2 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$  corresponde aproximadamente ao caso de uma gotícula de água de 1 µm em ar. Valores maiores de *C* levam a melhores resultados no acompanhamento das partículas no escoamento.



Figura 6. Resposta de partículas em um escoamento turbulento (Haertig, 1976).

#### Efeitos de concentração

Em medições com a técnica PIV é importante tentar obter uma distribuição uniforme das partículas traçadoras em todas as regiões do escoamento a fim de evitar que em algumas áreas a resolução seja mais favorecida em detrimento a outras, introduzindo medições tendenciosas. Assim, como vimos na figura 5, uma típica imagem PIV de um campo de escoamento parece ser uma nuvem uniforme de partículas. Em alguns casos a deposição de partículas pode tornar difícil manter uma concentração alta e uniforme. Isto pode ser agravado se as partículas têm tendência a se aglomerar, o que pode aumentar seu tamanho e portanto sua velocidade de deposição  $V_t$ . Uma estimativa do valor de  $V_t$  pode também ser obtida, em primeira aproximação, pela lei de Stokes, considerando o módulo da aceleração da gravidade g:

$$V_t = \frac{1}{18}g \; \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\mu_f} \; d_p^2 \,. \tag{10}$$

Frequentemente conta-se com a capacidade de mistura turbulenta para atingir uniformidade na concentração de partículas. Entretanto, a turbulência pode também criar não-uniformidades e regiões de flutuações de concentração. Dentre outras coisas, vórtices podem, por exemplo, centrifugar partículas de seus centros, como no caso mostrado na figura 7. Observa-se também, em escoamentos turbulentos com gradiente médio de velocidade muito alto, uma diminuição severa da quantidade de partículas traçadoras nos primeiros milímetros adjacentes à superfície.



Figura 7. Efeitos de concentração na imagem: ausência de partículas no centro de um vórtice.

#### 7.3.2 Espalhamento de luz

A intensidade – e portanto o contraste – das imagens de partículas obtidas em *PIV* é diretamente proporcional à potência de luz espalhada pelas mesmas. Assim, é crucial a escolha apropriada de partículas para o experimento em questão tendo em vista também este aspecto. Nem sempre lasers com capacidade de fornecer feixes de energia extremamente alta estão disponíveis e, além disso, estes feixes são abertos e transformados em planos, nos quais a densidade de energia fica mais reduzida. Assim, a otimização do espalhamento de luz por parte das partículas traçadoras é a maneira mais eficiente de se aumentar a intensidade da imagem.

#### Teoria de espalhamento de Mie

Em geral, a luz espalhada por partículas pequenas é uma função da razão entre os índices de refração das partículas e do fluido, do tamanho das partículas, de sua forma e orientação. Além disso, o espalhamento de luz também depende da polarização e do ângulo de observação. Para partículas esféricas com diâmetro  $d_p$ , maior que o comprimento de onda  $\lambda$  da luz incidente, a *teoria de espalhamento de Mie* se aplica.

Na figura 8, dois exemplos de diagramas de Mie são apresentados. Eles mostram a distribuição polar da intensidade de luz espalhada para os casos de partículas de óleo de dois diferentes diâmetros em ar, e correspondem a um comprimento de onda da luz incidente de 532 nm. O padrão complexo ilustrado nestes diagramas é resultado do fato de que, quando luz incide em uma partícula esférica, ela é espalhada por três mecanismos: difração, reflexão e refração. O máximo percebido à direita dos diagramas, por exemplo, é gerado primordialmente por difração, e é o mais forte. Os máximos que ocorrem entre  $0^{\circ}$  e  $180^{\circ}$  são resultado de combinações de luz refletida, refratada e difratada. O espalhamento de Mie pode ser caracterizado pelo diâmetro normalizado, *q*, definido como

$$q = \frac{\pi \, d_p}{\lambda}.\tag{11}$$

Se q é maior que a unidade, uma quantidade da ordem de aproximadamente q máximos locais aparecem na distribuição angular no intervalo de 0° a 180°. Dependendo do ângulo de observação, perfis de intensidade diferentes serão percebidos. Para diferenciar estes modos de observação, denomina-se, por exemplo "forward scattering" (ou *espalhamento frontal*) o caso em que a observação se dá a 180° da luz incidente. Analogamente, os termos "backward scattering" e "side scattering" se referem aos casos em que o ângulo de observação está a 0° e 90°, respectivamente. Estes modos de observação também estão ilustrados na figura 8.

Para q crescente, a razão entre intensidades para *forward scattering* e outros ângulos cresce rapidamente. Assim, seria vantajoso fazer as aquisições de imagens em forward scattering, mas na configuração de *PIV* planar mostrada nas figuras 3 e 4, a aquisição é feita a 90°. A análise do comportamento para outros ângulos de espalhamento ganha importância, todavia, quando se projeta configurações de *PIV* estereoscópico, tomográfico e holográfico, modalidades mais avançadas da técnica que veremos adiante. Mas, de maneira geral, há uma clara tendência para que a intensidade da luz espalhada aumente com diâmetro de partícula crescente, grosseiramente de forma proporcional a  $q^2$ .



Figura 8. Exemplo de diagramas de Mie (Raffel et al. , 2007): espalhamento de luz por uma partícula de óleo em ar. (a)  $d_p = 1 \ \mu m \ (q = 6)$ ; (b)  $d_p = 10 \ \mu m \ (q = 60)$ . As escalas de intensidade são logarítmicas: a intensidade de círculos vizinhos difere por um fator de 100.

Algumas observações adicionais relevantes a respeito do espalhamento de luz no regime de Mie podem ser feitas:

- Para o caso de ângulos de observação não-*paraxiais* (i.e., diferentes de 0° ou 180°), e especialmente para partículas muito pequenas, a eficiência de espalhamento depende fortemente da polarização da luz incidente. Assim, se necessário, pode-se utilizar uma ótica apropriada para otimizar a polarização, de forma a obter intensidades de imagem mais altas;
- A eficiência de espalhamento, como já foi mencionado anteriormente, depende também da razão entre os índices de refração da partícula e do fluido. Como o índice de refração da água é consideravelmente maior que o do ar, o espalhamento de partículas no ar é pelo menos uma ordem de magnitude mais poderoso em comparação com partículas do mesmo tamanho na água. Assim, partículas maiores precisam ser utilizadas em experimentos com água, o que em geral é aceitável do ponto de vista do acompanhamento

do escoamento, dado que a diferença de densidades partículas/fluido é menor;

- Como no regime de espalhamento de Mie a luz é espalhada pelas pequenas partículas em todas as direções, para um grande número de partículas, a luz que é registrada na imagem não é proveniente somente da iluminação direta, mas também das frações de luz que foram espalhadas por mais de uma partícula e de reflexões internas. No caso de escoamentos com alta concentração, isto aumenta a intensidade da imagem de partículas individuais. Entretanto, o ruído nas imagens também é aumentado significativamente;
- Finalmente, vale enfatizar algo que também diz respeito à otimização da luz espalhada: se por um lado, de acordo com a teoria de Mie, a intensidade aumenta com diâmetro de partícula crescente, por outro a *energia por unidade de área* da luz espalhada decresce com área de partícula crescente. Este fato também explica porque aumentar o diâmetro das partículas nem sempre compensa potência insuficiente de laser. De toda forma, em geral, partículas maiores geram sinais mais fortes.

## Teoria de espalhamento de Rayleigh

No regime de espalhamento de Rayleigh, no qual o diâmetro de partícula é bem menor que o comprimento de onda da luz ( $d_p \ll \lambda$ ), a quantidade de luz espalhada pela partícula varia com  $d_p^{-6}$ . Em algumas situações o tamanho da partícula pode se aproximar deste critério. Por exemplo, quando se reduz o tamanho do campo de observação no escoamento aumentando a resolução ótica da investigação (i.e., quando se aumenta a magnificação *M*), o diâmetro das partículas traçadoras deve ser reduzido, podendo levar a um comportamento próximo do espalhamento de Rayleigh. Nestes casos o registro de imagens de partículas pode se tornar bastante difícil. Uma solução para este problema é a utilização partículas fluorescentes, que serão mencionadas mais a frente. O emprego de um filtro para comprimento de onda específico remove a luz de fundo, deixando somente a luz emitida pela fluorescência das partículas. Esta técnica é utilizada com sucesso em escoamentos de líquidos.

#### 7.3.3 Seleção e suprimento de partículas

Partículas existem naturalmente em qualquer fluido, a menos que ele tenha sido limpo com extremo cuidado. Mas os melhores resultados são obtidos em *PIV* quando se usa *seeding* (termo em inglês muito comum na literatura, que se refere à adição de partículas ao escoamento) artificial, o que permite um controle mais cuidadoso da uniformidade da concentração de partículas e de suas propriedades óticas e dinâmicas. Assim, em quase todos os experimentos é desejável adicionar traçadores para atingir condições e resultados ótimos.

O critério de seleção deve ser pensado cuidadosamente de acordo com todas as considerações teóricas apresentadas acima. Em especial, a visibilidade das imagens de partículas deve ser otimizada, com intensidades atingindo níveis altos o suficiente para alcançar de 30 a 50% do nível de saturação do meio de registro. Isto significa combinar potência de laser adequada com partículas de índice de refração apropriado e tamanho suficiente. Conforme mencionado anteriormente, a exposição é aumentada de maneira muito mais eficiente com a otimização destes parâmetros do que com o aumento da energia do laser. Por outro lado, deve-se sempre manter em mente a necessidade de proporcionar um acompanhamento fiel das partículas no escoamento, o que requer partículas menores.

	Material	Diâmetro nominal médio [µm]	Densidade [g/mL]	Índice de Refração
Partículas para escoamentos de líquidos	Poliestireno	0.1 a 100	1.05	1.49
	Esferas ocas de vidro 10 a 50		0.5 a 1.5	1.5
	TiO <sub>2</sub>	3 a 5	4.2	2.6 a 2.7
	Poliestireno	0.1 a 10	1.05	1.49
Partículas para escoamentos de	Gotículas de oleos e líquidos	0.5 a 10	0.9 a 1.1	1.3 a 1.6
gases	Bolhas de sabão com hélio	300 a 3000	neutra	1.33

Tabela 1. Alguns dos materiais comuns para *seeding* de escoamentos de líquidos e de gases.

Escoamentos de líquidos. Em líquidos, o índice de refração mais alto do fluido (valores tipicamente entre 1.4 e 1.6) reduz substancialmente a intensidade de luz espalhada. Materiais com índice de refração mais alto como óxido de alumínio e dióxido de titânio podem ser usados para aumentar a razão entre os índices de refração, ou esferas ocas que espalham luz com eficiência alta devido à reflexão

interna total. Mas, para compensar completamente este efeito, ainda é preciso usar partículas maiores, na faixa de 5 - 30  $\mu$ m de diâmetro. Assim, as partículas são selecionadas principalmente pelo seu índice de refração, dado que encontrar partículas com densidades próximas à do fluido não é difícil. Alguns dos materiais mais comumente utilizados se encontram listados na tabela 1.

Para a maioria dos escoamentos de líquidos, o *seeding* pode ser facilmente feito colocando partículas sólidas em suspensão no fluido e misturando para garantir uma distribuição homogênea. Usualmente coloca-se as partículas sólidas já misturadas em um pequeno volume de suspensão líquida, que é então misturado ao líquido na seção de testes. Para esta primeira suspensão, em geral se usa algum surfactante, como por exemplo detergente, para reduzir a tensão superficial e evitar aglomerados.

Escoamentos de gases. Em escoamentos de gás, a maior diferença entre as densidades do fluido e das partículas pode resultar em um retardo de velocidade significativo, levando à necessidade de partículas menores. As partículas que são comumente utilizadas não são fáceis de se lidar, pois muitas gotículas líquidas tendem a evaporar rapidamente e partículas sólidas são dificeis de dispersar e tendem a se aglomerar. Como a turbulência em alguns experimentos não é intensa o suficiente para misturar bem fluido e partículas, o uso de "colméias", com um grande número de aberturas para uma distribuição mais homogênea é bastante comum. Considerações de saúde, referentes à inalação do ar com as partículas também são importantes.

É possível formar boas imagens usando lasers pulsados com energias na faixa de 1-100 mJ por pulso e gotículas de óleo cujos índices de refração estão na faixa de 1.5 a 1.6. Óleos naturais não-tóxicos como óleos vegetais e azeite são seguros, fáceis de usar, e relativamente fáceis de remover caso se depositem em superfícies. Tais gotículas também acompanham acelerações altas, sendo usadas em escoamentos de alta velocidade com bons resultados. Em resumo, medições *PIV* precisas em praticamente todos os escoamentos gasosos são caracterizadas por partículas pequenas e iluminação pulsada de energia muito alta.

Diversas técnicas podem ser usadas para gerar e fornecer partículas para escoamentos de gás. Pós secos podem ser dispersados em leitos fluidizados ou por jatos de ar, líquidos podem ser evaporados e posteriormente precipitados em geradores de condensação, ou gotículas líquidas podem ser diretamente geradas em atomizadores. Para escoamentos em túneis de vento, por exemplo, é comum o uso de geradores de fumaça. Geradores do tipo bocal de Laskin com óleo também são bastante utilizados. Detalhes da montagem de tal gerador podem ser encontrados em (Raffel et al., 2007). Em casos nos quais a estabilidade do material das partículas não pode ser garantida devido a temperaturas elevadas ou ambientes reativos, o uso de gotículas não é mais factível. Nestes casos, materiais sólidos devem ser utilizados. Pós de óxido de metal são especialmente adequados para este propósito, por serem inertes, possuírem alto ponto de fusão e custo relativamente baixo. Uma dispersão controlada

destes pós é mais desfiadora do que para materiais líquidos porque os pós apresentam uma forte tendência de formar aglomerados, especialmente para tamanhos de grão pequenos, na faixa sub-micrometro.

A eficiência finita de espalhamento de luz de qualquer partícula traçadora é normalmente o fator limitante quando se aumenta o campo de observação. Uma possibilidade para resolver este problema é utilizar partículas traçadoras maiores. Entretanto, é necessário que as partículas acompanhem bem o escoamento. Um método estabelecido para se obter partículas que cumpram estes dois requerimentos no caso de escoamentos de gases é a geração de bolhas de sabão preenchidas com hélio, com dimensões de 1-3 mm, nas quais o hélio compensa o efeito de gravidade.

**Partículas fluorescentes**. Partículas contendo tinta fluorescente, brevemente mencionadas anteriormente, podem ser usadas para converter a iluminação incidente em luz de outra cor. Isto pode ser necessário quando se precisa tornar as partículas mais visíveis em um experimento em que há grande espalhamento da luz por superfícies da seção ou quando as partículas são muito pequenas, ou ainda para distinguir as partículas de outras partículas (como pequenas bolhas em um escoamento multifásico). Em certos escoamentos multifásicos, a interface líquido-gás também pode ser uma grande fonte de reflexões.

Tais partículas são usadas em combinação com um filtro ótico que bloqueia a luz espalhada por superficies, objetos e partículas no domínio do escoamento (luz espalhada no comprimento de onda original), e só deixa passar a luz fluorescente emitida pelas partículas traçadoras especiais. A tabela 2 mostra dois tipos de partículas fluorescentes comuns.

Na maioria dos experimentos de micro-*PIV*, o espalhamento por parte das superficies – normalmente parte de um micro-canal – é muito forte, e além disso partículas bastante pequenas costumam ser utilizadas. Também, é muito comum o uso de configurações com microscópio nas quais a iluminação é direcionada diretamente para o sensor (epi-fluorescência), e portanto a luz direta deve ser bloqueada para que só a luz espalhada pelas partículas seja registrada. Nestas situações encontradas nas aplicações micro-*PIV*, o uso de fluorescência pode ser fundamental (Santiago et al., 1998).

Tipo (tinta)	Faixa de absorção [nm]	Faixa de emissão [nm]	Fonte de iluminação típica
Fluorescin	470 a 505	500 a 545	Laser argônio-ion (488 nm)
Rodamina	510 a 540	520 a 570	Nd:YAG (532 nm), Nd:YLF (527 nm)

Tabela 2. Tintas fluorescentes mais comuns para uso em PIV.

# 7.4 PROCESSO DE FORMAÇÃO DE IMAGEM

Se considerarmos formação de imagem de objetos no ar – mesmo meio em ambos os lados da lente – o critério de foco é dado, de acordo com a representação da figura 9, pela *equação de lente Gaussiana*:

$$\frac{1}{z_0} + \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{f},$$
(12)

onde  $z_0$  é a distância entre o *plano-imagem* e a lente,  $Z_0$  a distância entre a lente e o *plano-objeto*, e *f* a *distância focal* da lente. A magnificação, parâmetro já familiar neste ponto, é dada por  $M = z_0/Z_0$ .



Figura 9. Geometria de formação de imagem.

Como já vimos na seção inicial, em *PIV* as partículas são iluminadas por um plano fino de luz que coincide com a região do plano-objeto de uma lente, e a distribuição de intensidade devido à luz espalhada pelas partículas é então registrada em forma de imagem no plano-imagem da lente (a área do sensor da câmera). Na prática, a lente é montada diretamente na câmera. A luz de um ponto no plano-objeto forma um cone que converge para um ponto no plano-imagem. Se o *ponto-objeto* está à frente ou atrás do plano-objeto nominal, os raios formam um cone que fica atrás ou na frente do plano-imagem. A interseção do cone com o plano-imagem é um disco de diâmetro finito, ou uma imagem *fora de foco*.

#### Formação de imagem limitada por difração

Se uma onda de luz plana incide em uma tela contendo uma abertura circular de dimensão da ordem do comprimento de onda da luz  $\lambda$ , um *padrão de difração* é gerado em uma superficie de observação distante. Este padrão de difração de *campo distante* ("far field" é a expressão em inglês, que se refere ao fato do plano de observação estar distante da abertura), apresentado na figura 10, é denominado *padrão de difração de Airy*, e seu disco central é o *disco de Airy*. Anéis podem ser observados ao redor do disco central para exposições com energia mais alta. Pode-se mostrar que a intensidade do padrão de Airy representa a transformada de Fourier da distribuição de transmissividade da abertura circular. Diâmetros maiores da abertura correspondem a discos grandes.



Figura 10. Esquerda: *padrão de difração de Airy*; direita: distribuição de intensidade normalizada e sua aproximação por uma curva Gaussiana. *r* é a coordenada radial.

Analogamente, se uma onda de luz proveniente, por exemplo, de uma fonte pontual ou de uma partícula distante incide em uma lente circular de abertura  $D_a$ , ela é *difratada*. A luz não é focalizada em um ponto, formando, ao invés disso, um padrão de Airy. Por este motivo, a capacidade de um sistema ótico de resolver detalhes é, em última análise, limitada pela difração.

A função de Airy representa a resposta ao impulso de uma lente *livre de aberração*, e é equivalente ao quadrado da função de Bessel de primeira ordem, também representada na figura 10. Assim, o primeiro anel escuro, que define a extensão do disco central, corresponde ao primeiro zero da função. Ao se lidar com aplicações como *PIV* é importante prever o diâmetro das imagens de partículas a partir de seu diâmetro físico, da equação da lente, e também da influência da difração (mais significativa para partículas menores, que geram padrões de Airy maiores).

O diâmetro do disco de Airy,  $d_{diff}$ , representa a menor imagem de partícula que pode ser obtida para uma determinada configuração de formação de imagem. A partir da função de Bessel, este diâmetro pode ser encontrado para um dado diâmetro de abertura  $D_a$  e comprimento de onda da luz,  $\lambda$ :

$$d_{diff} = 2 r_{(I/I_{max}=0)} = \frac{2.44 \lambda}{D_a}.$$
(13)

Combinando esta expressão com a equação (12) de formação de imagem pela lente, a seguinte fórmula é obtida para o diâmetro mínimo da imagem limitada por difração:

$$d_{diff} = 2.44 f_{\#} (M+1) \lambda,$$
(14)

onde  $f_{\#}$  é a *abertura relativa* da lente ("f-number"), definida como a razão entre sua distância focal f e seu diâmetro de abertura  $D_a$ . Este diâmetro mínimo de imagem  $d_{diff}$  somente será relevante no caso de partículas pequenas – da ordem de poucos micrometros – a pequenas magnificações. Para partículas ou magnificações maiores, a influência da formação de imagem geométrica se torna cada vez mais dominante. Em geral, desprezando por agora aberrações de lente, a seguinte expressão pode ser usada para estimar o diâmetro da imagem da partícula:

$$d_{im} = \sqrt{(M \, d_p)^2 + d_{diff}}^2 \,. \tag{15}$$

Esta expressão é dominada pelo tamanho da imagem geométrica das partículas caso estas sejam consideravelmente maiores que  $d_{diff}$ , de forma que  $d_{im} = M d_p$ . Por outro lado, se a partícula for pequena, o diâmetro do disco de difração é bastante maior que  $M d_p$ . Como exemplo, parâmetros típicos de um experimento com um campo de observação de 100 x 100 mm são: M = 0.1,  $f_{\#} = 8$ ,  $\lambda = 532$  nm,  $d_p = 1$  mm. Neste caso, o diâmetro do disco de difração  $d_{diff}$  é de 11.4 µm, e o diâmetro da imagem é quase completamente determinado por difração.

Como veremos posteriormente, resultados de *PIV* mostram que o erro na medição de velocidade depende, entre outros fatores, do diâmetro da imagem das partículas  $d_{im}$ , que afeta a incerteza na localização do centróide da imagem ou do pico de correlação.

#### Profundidade de campo e projeção com perspectiva

Partículas presentes em planos correspondentes a diferentes valores de Z na proximidade do plano-objeto da lente geram imagens cujos diâmetros praticamente não variam quando o processo de formação da imagem é dominado por difração. Assim, imagens de partículas que não se encontram exatamente no plano-objeto são registradas na imagem com foco aceitável. Esta faixa de valores de Z é denominada *profundidade de campo*, e é dada por:

$$\delta_Z \cong 4\left(1 + \frac{1}{M}\right)^2 f_{\#}^2 \lambda \ . \tag{16}$$

Assim, todas as partículas na região  $\pm (\delta_z)/2$  do plano-objeto nominal produzirão imagens que podem ser consideradas em bom foco. Com uma escolha apropriada de  $f_{\#}$  e M, pode-se fazer com que a profundidade de campo seja maior que a espessura do plano de luz,  $\delta_z > \Delta Z_{pl}$ , de forma que todas as partículas dentro do plano de luz produzam imagens em foco. É possível fazer isto, para uma dada magnificação, dimunuindo a abertura da lente, i.e., aumentando  $f_{\#}$ .

De modo correspondente, define-se também a *profundidade de foco*,  $\delta_z$ , como o quanto o plano-imagem poderia ser deslocado de forma a ainda manter a imagem em foco. A profundidade de foco é relacionada à profundidade de campo por  $\delta_z \cong M^2 \delta_Z$ .

A projeção em perspectiva também é um aspecto importante a se considerar, especialmente em casos em que a componente de velocidade para fora do plano de iluminação é significativa. A figura 11 mostra a geometria para explicar a influência da componente de velocidade perpendicular ao plano de luz na localização dos pontos da imagem no sistema de coordenadas (x, y, z) do plano-imagem.

O deslocamento de uma partícula *i* dentro do plano de luz no intervalo entre os dois pulsos do laser é  $\vec{D}_i = \vec{X}'_i - \vec{X}_i = (D_X, D_Y, D_Z)$ . O deslocamento da imagem da partícula  $\vec{d} = \vec{x}'_i - \vec{x}_i$  no plano da imagem, correspondente a um certo deslocamento  $\vec{D}$  da partícula no plano de luz, pode ser obtido a partir de considerações geométricas, levando a:

$$x'_{i} - x_{i} = -M(D_{X} + D_{Z} x'_{i}/z_{0})$$
  

$$y'_{i} - y_{i} = -M(D_{Y} + D_{Z} y'_{i}/z_{0})$$
(17)



Figura 11. Formação da imagem de uma partícula com algum deslocamento normal ao plano de luz.

Assumindo um deslocamento de partícula somente nas direções X e Y,  $(D_Z \approx 0)$ , as equações são simplificadas. Neste caso, o deslocamento da partícula no plano poderia ser determinado facilmente, multiplicando o deslocamento da imagem por (-M). O valor de M é avaliado na prática por um procedimento de calibração, com a utilização de algum objeto, como uma régua, ou mesmo alguma dimensão da própria seção de testes que esteja em foco na imagem. As únicas incertezas na medida de velocidade seriam introduzidas pela incerteza na determinação do deslocamento da imagem e dos parâmetros geométricos. Entretanto, em casos práticos, um campo de escoamento nunca é estritamente bi-dimensional em todo o campo de observação.

Pode-se notar pelas equações (17) que um deslocamento de partícula na direção Z influencia o deslocamento da imagem da partícula no plano x-y da imagem, especialmente para magnificações maiores e para  $X'_i$  e  $Y'_i$  nas bordas do campo de observação. Este efeito introduz uma incerteza na medição das componentes de velocidade no plano. Esta incerteza, por sua vez, irá se tornar um erro sistemático quando se assume que a técnica *PIV* determina apenas as componentes do plano mesmo para ângulos de observação maiores. Nos casos em que se aproxima destas condições, cabe considerar a utilização da versão estereoscópica da técnica *PIV*, descrita mais adiante no texto.

#### Aberrações Geométricas

A formação de imagens da forma representada pela equação (12) corresponde a uma abordagem de ótica *Gaussiana* ou de *primeira ordem*, na qual se assume que os raios são paralelos ao eixo ótico e próximos a ele. Processos reais de formação de imagem podem apenas aproximar tais idealizações. Em muitas situações, como as encontradas em *PIV*, o objeto está próximo demais para que os raios sejam paraxiais. Além disso, a abertura é propositalmente grande, de forma a coletar luz suficiente espalhada pelas partículas e produzir imagens de alta qualidade. As equações, ainda assim, são uma boa primeira aproximação do processo.

Comportamentos que desviam de um mapeamento linear do plano-objeto para o plano-imagem são chamados distorções, e podem introduzir erros sistemáticos na medição *PIV* ao afetar a relação entre o deslocamento das partículas e o deslocamento de suas imagens. Distorções ocorrem quando a magnificação é variável no plano, e normalmente são axissimétricas, como no exemplo da figura 12(a).

Já a incapacidade de formar imagens pontuais a partir de objetos pontuais (na ausência de difração), é denominada uma *aberração* da lente. Aberrações degradam a qualidade e aumentam o diâmetro da imagem das partículas, levando ao aumento do erro aleatório nas medições de deslocamento. Como já vimos, a difração cria uma imagem em forma de disco de diâmetro finito a partir de uma fonte pontual, mesmo quando a lente é perfeita, ou livre de aberrações. Trata-se de fenômenos distintos, que podem ocorrer individual ou simultaneamente.

*Aberrações esféricas* ocorrem devido à refração mais acentuada dos raios de luz quando eles incidem nas bordas da lente, longe de seu eixo central, como representado na figura 12(b). Com isso, os raios não são focalizados em um só ponto mas em vários, gerando uma imagem levemente borrada e de diâmetro finito.

*Aberrações de "coma"* fazem com que raios fora do eixo – sejam raios paralelos incidindo na lente com um ângulo preferencial ou raios incidindo longe do eixo – sejam focalizados de forma diferente dependendo da localização da lente em que eles passam, como exemplificado na figura 12(c). Este tipo de aberração é especialmente ruim para *PIV*, porque a correlação de duas imagens de partículas com coma será alongada na direção radial.

Aberrações de astigmatismo ocorrem quando o objeto está mais distante do eixo ótico, de maneira que os raios incidem com ângulos relativamente grandes. Como no caso de coma, imagens geradas com astigmatismo, não-axissimétricas, podem levar a resultados tendenciosos em medições de deslocamento em *PIV*, favorecendo a direção na qual a imagem é alongada.



Figura 12. Aberrações de lente na formação de imagem: (a) distorção; (b) aberração esférica; (c) aberração tipo "coma"; (d) astigmatismo.

Como já foi mencionado, na prática, a imagem de partícula pode ser formada com uma combinação de efeitos; por exemplo, pode ter anéis de difração visíveis e algum tipo de aberração também perceptível.

## 7.5 ILUMINAÇÃO

A utilização da técnica *PIV* requer uma fonte de luz pulsada de alta energia. Dois pulsos de luz espaçados de um intervalo de tempo  $\Delta t$  são gerados e iluminam as partículas no escoamento. A prática mais comum em *PIV* é usar lasers para fornecer a iluminação das partículas. Entretanto, existem outras possibilidades, cuja principal vantagem é o custo reduzido.

## 7.5.1 Lasers

Lasers são capazes de emitir luz monocromática com alta densidade de energia. Eles são amplamente utilizados em medições *PIV*. A intensidade de iluminação necessária para se gerar boas imagens de micro-partículas em escoamentos mais rápidos normalmente exige o uso de fontes de laser de *estado sólido* (aqueles nos quais o *meio ativo* é um material sólido) que emitam pulsos com energia entre 5 e 500 mJ. Alguns lasers usados em *PIV* estão listados na tabela 3. Atualmente, lasers Nd:YAG são os mais utilizados, e cada vez mais medições de alta resolução temporal (alta frequência) são feitas com lasers do tipo Nd:YLF.

Тіро	λ [nm]	Energia por pulso [mJ]	Taxa de repetição [Hz]	Tempo mínimo entre pulsos [µs]	Duração do pulso [µs]
Vapor cobre	510 / 578	8	5000 a 10000	100	0.030
Ar <sup>+</sup> CW ("cortado")	488 / 514	1 a 10	10 a 100	1000	1.000
Rubi pulso- duplo	694	1000 a 10000	0.03	1	0.025
Nd:YAG	$1064 \rightarrow 532$	20 a 400	10 a 30	0	0.005 a 0.010
Nd:YLF	527	1 a 20	1000 a 10000	0	0.070 a 0.0150

Tabela 3. Características de alguns dos lasers utilizados em PIV (CW = modo de operação contínua, precisa ser "cortado" para gerar pulsos).

Os elementos principais presentes em qualquer fonte laser são o *meio ativo* ou *material de laser*, que pode ser um gás, semicondutor ou material sólido, a *fonte de bombeamento*, que excita o material de laser através da inserção de energia, e o *ressonador*, arranjo de espelhos que permite uma oscilação através do material de laser, aumentando exponencialmente a luz gerada com o número de reflexões e resultando finalmente em um processo estacionário.

O principal processo físico envolvido na geração e amplificação de luz é a *emissão estimulada*. Sabe-se, da mecânica quântica, que cada átomo pode ser levado a diferentes estados de energia. Se um fóton com frequência v apropriada incide em um átomo, dois efeitos são possíveis: no caso de *absorção*, um átomo no estado  $E_1$  recebe energia hv (h é a *constante de Plank*) e é elevado ao estado  $E_2$ . No caso da *emissão estimulada*, o fóton incidente estimula o átomo que se encontra no estado excitado  $E_2$  a fazer uma transição não-espontânea para o estado  $E_1$ . Nesta transição, além do fóton incidente, um segundo fóton é emitido em fase com o primeiro. A onda incidente é portanto amplificada de forma coerente. Para um grande número de átomos no nível de energia superior (situação denominada inversão de população,  $N_2 > N_1$ ), a emissão

estimulada predomina. Assim, como o laser só pode operar se a inversão de população é forçada a acontecer, energia externa deve ser transferida ao material de laser. Isto é feito com diferentes mecanismos de bombeamento de energia, dependendo do tipo de material do laser. Finalmente, como consequência da inversão de população atingida através da transferência de energia, emissões ocorrem em todas as direções, causando a excitação de ainda mais átomos vizinhos. Isto gera uma reação em cadeia que produz um rápido aumento da emissão estimulada, e portanto da radiação. Na prática, para possibilitar a inversão de população e tornar o sistema mais eficiente, sistemas de quatro níveis de energia são utilizados.

**Lasers de Neodímio-YAG (Nd:YAG).** São os lasers de estado sólido mais importantes para *PIV*, nos quais o feixe é gerado por íons Nd<sup>3+</sup>. O íon Nd<sup>3+</sup> pode ser incorporado em cristais de YAG ("yttrium-aluminum-garnet"). Lasers Nd:YAG podem emitir pulsos de 10 ns com  $\lambda = 532$  nm repetidamente a taxas entre 10 e 30 Hz, e duas cavidades de laser podem ser combinadas de forma a produzir uma série de pulsos duplos periódicos com separação entre pulsos praticamente zero. Uma lâmpada de flash é usada para o bombeamento de energia, excitando os átomos do meio ativo.

Os pulsos curtos e de alta energia que este tipo de laser pode oferecer são possíveis devido ao mecanismo de *Q-switch* ("quality switch"). A figura 13 mostra o diagrama temporal típico de um laser pulsado operado em Q-switch. Inicialmente, o meio ativo – o material de laser – é bombeado, enquanto o Q-switch é regulado de maneira a inibir sua oscilação. O bombeamento contínuo leva à inversão de população e aumenta a energia armazenada no meio ativo, mas o feixe ainda não é gerado. Quando a energia na barra do material de laser atinge o máximo, o meio é dito *saturado*. Neste ponto o dispositivo de Q-switch é ativado de forma a permitir que o processo de *amplificação ótica* por emissão estimulada seja iniciado. Por causa do nível alto de energia já acumulada no meio, a intensidade de luz no ressonador cresce muito rapidamente, e é extraída em um pulso curto, que pode ter um pico de energia bastante alto. O *timing* deste dispositivo pode, em geral, ser controlado de forma a liberar pulsos de menor ou maior energia (em alguns softwares de sistemas comerciais, por exemplo, isto é possível).

Nos lasers Nd-YAG, normalmente o comprimento de onda fundamental de 1064 nm tem a frequência de emissão dobrada com o uso de cristais especiais, produzindo luz com comprimento de onda de 532 nm, dentro, portanto, da faixa de luz visível.



Figura 13. Diagrama temporal para um laser pulsado operado em Q-switch.

Lasers de Neodym-YLF (Nd:YLF). São usados para um número cada vez maior de aplicações, incluindo *PIV de alta frequência*. Este tipo de laser (neodymium: yttrium lithium fluoride) é um dos variantes dos lasers de estado sólido bombeados a diodo, e opera em frequências que podem chegar até 10 KHz. A energia por pulso é tipicamente de 10 a 20 mJ para taxas de repetição de até 1KHz; para taxas mais altas, entretanto, a energia por pulso é reduzida proporcionalmente.

**Especificações e qualidade do feixe do laser**. Sistemas comerciais normalmente vêm com especificações a respeito da qualidade do feixe a diferentes distâncias de sua saída. Caso isto não aconteça, deve ser exigido pelo usuário. O feixe pode, por exemplo, ser especificado como 80% Gaussiano no campo próximo ("near field") e 95% no campo distante ("far field"), mas ainda assim é ideal que estas características sejam verificadas após a aquisição do equipamento, inclusive o perfil no campo médio, i.e., a distâncias de 2 -10 m do laser, comuns em algumas situações de operação. Outra característica relativamente comum em sistemas que não se encontram em seu melhor estado é a presença de *buracos* e *hot spots*, pequenas regiões com energia mais baixa ou alta, respectivamente, que geram variações espaciais de alta frequência no perfil do feixe. A figura 14 mostra um exemplo do perfil de intensidade do feixe de um laser Nd:YAG nos campos próximo e distante.



Figura 14. Perfis de distribuição de intensidade de um feixe de laser Nd:YAG (Quantel Brilliant Ultra) nos campos próximo e distante.

Quando se busca caracterizar os perfis, deve-se levar em conta que a perda de correlação durante a avaliação das imagens de *PIV* é influenciada principalmente pela distribuição de intensidade no plano de luz durante o registro. Para escoamentos sem nenhuma componente significativa de velocidade para fora do plano, pode-se buscar gerar o plano de luz de forma que ele fique o mais fino possível, e assim um perfil de intensidade melhor, mais próximo do Gaussiano, pode ser obtido na direção normal ao plano. Entretanto, mesmo nestes casos o perfil de intensidade ao longo da largura do plano de luz depende fortemente das propriedades do feixe. Se dados são perdidos em uma determinada região da área de observação por causa de iluminação insuficiente, o resultado da medição como um todo pode ser questionável.

## 7.5.2 Outras fontes de luz

Apesar da maioria das aplicações de *PIV* utilizarem lasers, fontes de luz branca também podem ser usadas. Devido à extensão finita destas fontes e como luz branca não pode ser colimada tão bem quanto luz monocromática, elas têm claramente algumas desvantagens. A principal vantagem destas fontes de luz é – além do custo reduzido – que seu uso não é dificultado por questões de segurança como no caso de lasers.

Lâmpadas flash de xenon podem emitir algumas centenas de Joules em pulsos tão curtos quanto 1 µs, mas apenas uma pequena fração desta energia pode ser usada para formar um plano fino e de qualidade, devido às restrições de colimação. Duas lâmpadas podem ser conectadas através de feixes de fibra ótica de forma a se atingir tempos de separação entre pulsos pequenos.

Uma opção que vem sendo bastante explorada para proporcionar iluminação pulsada são diodos emissores de luz (em inglês, "light-emitting-diodes" - *LED*'s), que são uma boa e barata alternativa em relação a sistemas de laser, especialmente quando níveis mais baixos de energia e maior divergência do feixe são aceitáveis. Com os avanços na área, *LED*'s pulsados podem gerar pulsos de energia de 1 mJ, e estão disponíveis em uma faixa ampla de comprimentos de onda. A figura 15 mostra uma configuração relativamente simples (Willert et al., 2009), na qual um arranjo de fibras óticas é utilizado para otimizar a geração do plano de luz. Com esta configuração, os autores puderam fazer medições de alta resolução temporal em escoamentos de água, com frequências chegando a 2 KHz e pulsos de 20µs de duração. É possível também utilizar matrizes de *LED* para iluminação de pequenos volumes na aplicação da técnica micro-*PIV*, como no exemplo da figura 16, correspondente a um experimento em micro-canal conduzido por Hagsäter et al. (2008). Uma objetiva é utilizada para magnificação da região estudada, e diversas configurações de iluminação são testadas.



Figura 15. Iluminação para *PIV* baseada em uma matriz de *LED*'s e arranjo de fibras óticas (Willert et al., 2009).



Figura 16. Iluminação para micro*PIV* com uma ou duas matrizes de *LED*'s (Hagsäter et al., 2008): (a) iluminação frontal com um espelho refletor atrás da seção para otimizar a eficiência da iluminação; (b) iluminação por trás; (c) iluminação com ângulo pelos lados da objetiva; (d) iluminação com ângulo por trás.

## 7.5.3 Ótica para formação do plano de luz

Para fornecer a iluminação das partículas traçadoras na forma de um plano de luz de pequena espessura é preciso usar lentes que dão esta forma ao feixe de luz original que sai da cavidade do laser. Diversas configurações podem ser utilizadas, dependendo da forma e tamanho do plano desejado para a iluminação do escoamento em questão. O elemento essencial para a geração de um plano de luz a partir do feixe é a *lente cilíndrica*. No caso de feixes de diâmetro já bem pequeno, consegue-se gerar um plano de geometria razoável com apenas uma lente cilíndrica. Para lasers como o Nd-YAG, que possuem diâmetros de feixe da ordem de 8 mm, uma combinação de lentes é normalmente necessária para gerar planos na largura desejada, suficientemente finos e com alta densidade de energia.

A figura 17 mostra o exemplo de uma configuração básica envolvendo uma lente cilíndrica para "abrir" o feixe e uma esférica para focalizar a luz em uma espessura apropriada. Em geral, se posiciona o plano de luz de forma que a a região onde ele é mais estreito – a *cintura* do feixe – coincida com a região de interesse, i.e., o campo de observação do escoamento estudado, e para isso a escolha de uma lente esférica com distância focal adequada é importante. Analogamente, a distância focal da lente cilíndrica e seu posicionamento em relação à seção de testes afetarão a largura do plano de luz na área de medição.

Portanto, a quantidade e os tipos de lentes cilíndricas e/ou esféricas a serem utilizadas, assim como suas distâncias focais e seus posicionamentos, devem ser escolhidos de acordo com características do experimento, como tamanho do campo de observação, magnitude da componente de velocidade fora do plano, entre outras.



Figura 17. Exemplo de configuração ótica para gerar o plano de luz: uma lente cilíndrica é usada para "abrir" o plano, e uma lente esférica é usada para focalizar a luz, diminuindo a espessura do plano.
É importante também que um esquema de montagem sólido e seguro seja implementado para as lentes. Em alguns casos, elas podem ser montadas dentro de pequenos suportes circulares que por sua vez encaixam diretamente no orificio de saída do laser. Outras vezes, por necessidade ou opção, sua montagem é feita separadamente. Neste caso, é comum o uso de um trilho ótico, sobre o qual suportes ajustáveis específicos para lentes podem ser montados. Assim, além de estarem montadas de forma segura, ficam bem alinhadas e podem ter suas posições transladadas no trilho para otimização da forma do plano. Espelhos para redirecionamento do feixe ou do plano de acordo com a posição da seção de testes são comumente montados de maneira equivalente. Outra observação prática relevante é sobre o cuidado de se fazer com que o feixe incida na região central das lentes, de forma a evitar possíveis aberrações. É usualmente mais desejável se trabalhar com diâmetros de lente não muito pequenos (por exemplo, de 50 mm ao invés de 25 mm). Além disso, lentes e espelhos de boa gualidade devem ser adquiridos, com revestimento anti-reflexão e que suportem altas densidades de energia sem sofrer danos. Componentes óticos como estes devem sempre ser protegidos quando não estão sendo utilizados e limpos quando necessário, com lenços e soluções alcóolicas apropriadas.

Diversas combinações de lentes podem ser usadas (outro exemplo pode ser encontrado no arranjo de iluminação baseada em *LED*'s da figura 15, no qual duas lentes cilíndricas são utilizadas). Outras possíveis combinações, mais sofisticadas, que possibilitam um controle ainda maior da forma do plano de luz podem ser empregadas, como por exemplo arranjos que fazem com que a altura do plano se mantenha constante, ou que produzam feixes ainda mais finos e mantenham sua espessura constante. Entretanto, em algumas destas configurações, pelo fato de existirem pontos ou "linhas focais" com alta densidade de energia (regiões em que a luz é focalizada), cuidados de segurança devem ser tomados, assim como cuidados para que reflexões não danifiquem outros componentes óticos nas proximidades.

Existe também uma solução interessante para casos em que feixes de laser de alta energia por pulso são utilizados em configurações em que por algum motivo o laser fica longe da seção experimental: o uso de "braços" articulados que direcionam o feixe até a seção de forma encapsulada e geram o plano de luz. Os componentes óticos – espelhos e lentes – ficam protegidos dentro do braço, constituindo uma forma compacta e segura de gerar o plano na posição requerida da seção de testes.

# 7.6 CÂMERAS

Avanços na eletrônica e na tecnologia das câmeras digitais fizeram com que estes tipos de sensores substituíssem os métodos de registro fotográficos, que já foram

amplamente utilizados no passado para aplicação da técnica *PIV*. A disponibilidade imediata das imagens para análise durante o processo de registro, pelo fato de não haver mais a necessidade de processos de revelação químicos, é uma grande vantagem do registro digital. Além disso, a constante tendência de redução do tamanho dos pixels, isto é, de aumento da resolução espacial dos sensores, sugere que eles podem até vir a substituir completamente filmes e placas holográficas (que em geral ainda possuem uma resolução espacial maior) num futuro próximo, mesmo para os casos em que requisitos de resolução são severos. Os avanços nesta área ocorrem de maneira bastante rápida, e as características óticas e eletrônicas dos sensores têm influência direta nas possibilidades de aplicação em *PIV*, assim como nas fontes de erro que as acompanham. Em linhas gerais, um sensor eletrônico converte luz incidente (fótons) em carga elétrica (elétrons). Os sensores de imagem eletrônicos mais comuns para aplicação em *PIV* são do tipo *CCD* e *CMOS*, que serão descritos brevemente a seguir.

# 7.6.1 Sensores CCD

As câmeras digitais do tipo CCD ("charge coupled device") são amplamente usadas em aplicações técnicas e científicas de PIV. Lasers Nd-YAG de cavidade dupla bombeados a flashlamp oferecem taxas de repetição que trabalham bem em conjunto com as taxas de aquisição da maioria das câmeras CCD comercialmente disponíveis. Ao se falar de um sensor CCD, normalmente refere-se a uma matriz de vários elementos sensores individuais, chamados de pixels. O tamanho de um pixel é geralmente da ordem de 10 x 10 µm<sup>2</sup>. O pixel consiste em um sensor que converte energia de luz incidente em elétrons, e um poco potencial, que armazena estes elétrons. Entretanto, a capacidade de armazenamento de um pixel é limitada, medida em elétrons por pixel. Quando esta capacidade é excedida durante a exposição (superexposição), os elétrons adicionais migram para os pixels vizinhos, o que leva a um distorção local da imagem. Arquiteturas especializadas podem reduzir este efeito, e são incorporadas em sensores mais modernos, que capturam a carga excedente enquanto esta migra para as células vizinhas. Outra característica do pixel é o seu fator *de preenchimento*, que é definido como a razão entre sua área sensível e sua área total. Este valor pode até alcançar 100% para sensores científicos especiais, ou pode ser tão baixo quanto 15% para sensores de transferência interline. A principal razão para o valor limitado do fator de preenchimento da maioria dos pixels é a presença de áreas opacas na superfície dos sensores, sejam condutores metálicos ou áreas "mascaradas" reservadas para armazenar a carga localmente antes que ela seja transmitida para leitura. Existem métodos para se melhorar o fator de preenchimento, como por exemplo o depósito de uma matriz de microlentes no sensor, permitindo que cada pixel colete mais da luz incidente (tanto de sensores CCD quanto de sensores CMOS), mas eles não serão descritos em detalhes aqui.

Em constrate aos sensores *CMOS* que serão descritos a seguir, os pixels da matriz de um sensor *CCD* não podem ser acessados aleatoreamente como memória é acessada em um computador. Ao invés disso, a matriz tem que ser *lida* sequencialmente em um processo de duas etapas: depois da exposição do sensor, a carga acumulada (i.e., os elétrons) é deslocada para outra região do sensor. Então o conversor carga-voltagem gera uma voltagem de saída para cada pixel. A cadeia de voltagens dos pixels, em conjunto com uma série de pulsos de sincronização, compõem assim o sinal de imagem propriamente dito. Existem diferentes tipos de sensores *CCD*, sendo três dos mais comuns representados esquematicamente na figura 18, e as diferenças entre eles dizem respeito justamente à maneira como as cargas dos pixels são transferidas e lidas.



Figura 18. Três arquiteturas de sensor do tipo *CCD*: (a) *full frame*; (b) *frame transfer*;
(c) *interline transfer*. Áreas em azul são regiões "mascaradas" para armazenamento provisório de carga.

**CCD Full Frame**. É a arquitetura mais simples. Depois que os pixels são expostos, cada linha de cargas é deslocada uma linha para baixo (scan progressivo) até o registro de leitura, então toda a carga é transferida da esquerda para a direita para o *frame grabber* externo. O processo se repete até que todas as linhas tenham sido lidas. Este tipo de sensor é caracterizado por altos fatores de preenchimento, que podem até mesmo chegar perto de 100%. Com resfriamento adequado e velocidades baixas de leitura de saída, níveis de ruído baixos e faixa dinâmica ampla (este conceito ficará mais claro em breve), de até 16 bits, são possíveis. A vantagem que mais se sobressai é que estes sensores estão disponíveis na forma de matrizes bastante grandes, com a contagem de pixels excedendo dezenas de milhões (7000 x 5000 pixels, por exemplo).

**CCD Frame Transfer.** A arquitetura de pixel do sensor *CCD* frame transfer é essencialmente equivalente à do sensor *CCD* full frame, com a diferença que sua metade inferior consiste de linhas "mascaradas" e não pode ser exposta à luz incidente.

Uma vez expostas, as linhas da metade superior, que acumulam carga, são rapidamente deslocadas para baixo, para a área mascarada, a taxas bastante rápidas. A imagem inteira pode então ser protegida de exposição adicional durante o tempo de transferência para o conversor (o que evita borrões nas imagens). Uma vez que o deslocamento está completo, a leitura sequencial a partir da área mascarada é equivalente ao caso do sensor *CCD* full-frame. O deslocamento rápido da carga acumulada para a área de armazenamento permite que duas imagens *PIV* expostas individualmente sejam capturadas com um intervalo de tempo  $\Delta t$  apenas ligeiramente mais longo que o tempo de transferência. Para isso, os pulsos de iluminação são colocados de forma que o primeiro pulso ocorra imediatamente antes do evento de transferência do quadro, enquanto o segundo pulso ocorre imediatamente depois. Esta escolha de "posicionamento" dos pulsos de iluminação com respeito aos ciclos de exposição periódica do sensor é muitas vezes denominada, em inglês, "frame straddling", e é representada na figura 19. Neste caso, a frequência da medição *PIV* (inverso do tempo entre pares de pulsos) é metade da taxa de aquisição da câmera.

**CCD Progressive Scan Interline Transfer**. Este tipo de sensor *CCD* tem este nome devido aos dispositivos de transferência adicionais localizados entre os pixels ativos. Carga acumulada na área ativa do pixel pode ser rapidamente transferida para a área de armazenamento. Esta característica de rápido esvaziamento de carga abre a possibilidade de fechamento eletrônico completo da exposição do sensor, evitando borrões. A maior desvantagem destes sensores é seu fator de preenchimento reduzido, devido às áreas de armazenamento adicionais ao lado de cada área sensível à luz. Microlentes adicionais na face do sensor podem melhorar sua capacidade de coletar luz, de 20% para até 60%. A transferência rápida de todos os pixels para as áreas de armazenamento contíguas em poucos microsegundos, em conjunto com formatos de mais alta resolução, estendeu a aplicação de *PIV* até velocidades altas, em torno de 250 m/s, quando o método *frame straddling* é utilizado.



Figura 19. Sincronização câmera/laser: modo de operação em frame straddling.

### 7.6.2 Sensores CMOS

Ao contrário dos sensores *CCD*, cada pixel de um sensor *CMOS* ("Complementary Metal Oxide Semiconductor") contém um circuito eletrônico próprio, e esta arquitetura de pixel ativo ("*APS* – active pixel sensor"), em conjunto com o acesso individual a cada pixel, oferece algumas vantagens consideráveis, e permite integrar, no chip, funções como amplificação, transformações não-lineares de sinal, entre outras. Um amplificador de leitura de saída é incorporado a cada pixel. Isto converte a carga acumulada pelo fotodiodo em voltagem, que é amplificada dentro do pixel e então transferida em linhas e colunas sequenciais para circuitos de processamento de sinal adicionais. Além disso, o número de pixels ativos pode ser escolhido através da definição de um *sub-domínio* sensível à luz, o que permite atingir taxas de aquisição mais rápidas em troca de alguma perda de resolução. Assim, estes sensores são apropriados para medições *PIV* de alta frequência. As taxas de aquisição podem chegar a mais de 5000 quadros por segundo, com o número máximo de quadros sendo determinado pelo tamanho de memória instalada na câmera. A tabela 4, extraída de (Adrian, 2011) mostra três tipos de sensores *CMOS* usados para *PIV*.

Estes sensores permitem a utilização de frame straddling (ver figura 19) com tempos de separação pequenos. Uma desvantagem em relação aos sensores *CCD* é que eles são, em geral, menos sensíveis, e portanto requerem áreas maiores de pixels, tipicamente 20 x 20  $\mu$ m<sup>2</sup>, tornando as chances de introdução de erros como *pixel locking* (este conceito ficará claro mais adiante) nas medições *PIV* mais prováveis.

Modelo	Tamanho do sensor [pixels x pixels]	Taxa de aquisição máxima [quadros por segundo]	Número máximo de quadros
PCO.1200hs	1280 x 1024	636	762
TSI PowerView HS2000	1024 x 1024	2000	8000
Photron SA1	1024 x 1024	5000	24000

Tabela 4. Características de alguns sensores CMOS utilizados em PIV.

# 7.6.3 Fontes de ruído

Assim como com qualquer dispositivo eletrônico, sensores digitais de imagem estão sujeitos à ruído eletrônico. Em muitas aplicações, a questão do ruído tem um papel secundário, por corromper a percepção visual da imagem. Mas em *PIV*, o

problema é mais sério, já que a luz espalhada pelas pequenas partículas deveria ser, idealmente, capturada em um fundo preto. Devido à eficiência de espalhamento de luz limitada das partículas, o sinal registrado às vezes irá exceder apenas minimamente o nível de ruído de chão do sensor, quando a área e a distância de observação são aumentadas.

Uma das fontes principais de ruído são os efeitos térmicos, sendo esta a principal motivação para o uso de sensores com resfriamento na área científica. Outro tipo de ruído é o *ruído de leitura* ("shot noise" ou "read noise"), que é uma consequência direta da conversão carga-voltagem durante a sequência de leitura na saída. Em geral, este tipo de ruído aumenta com a frequência da leitura de saída, o que explica porque muitas aplicações científicas requerem câmeras com varredura lenta.

#### 7.6.4 Linearidade e faixa dinâmica

Como cada elétron capturado adiciona linearmente à carga coletada cumulativa, a voltagem do sinal de saída para o pixel individual é, praticamente, diretamente proporcional à carga coletada. Se, por exemplo, o dobro do fluxo de fótons incide em um dado pixel, o valor do sinal de saída também é dobrado. Entretanto, a linearidade de sensores digitais tem limites. Se uma quantidade muito pequena de fótons incide durante o curso de uma exposição, o valor de saída pode ser dominado por diferentes tipos de ruído como os mencionados acima, inerentes ao sensor e à eletrônica em questão. Por outro lado, se muitos fótons incidem no sensor durante o tempo de exposição, ocorre a superexposição – também mencionada anteriormente – e portanto o pixel atinge sua capacidade máxima (saturação). Neste caso, o valor convertido de saída também estará em seu máximo, constituindo um comportamento não-linear e um valor de imagem que não é fiel à quantidade de luz incidente naquele pixel. Linearidade é importante em registros PIV quando imagens de partículas pequenas devem ser localizadas com precisão de menos de meio pixel. Qualquer comportamento não-linear durante o registro põe em risco a capacidade de medir deslocamentos das imagens de partículas no regime sub-pixel.

Em contraste aos *CCDs*, sensores *CMOS* permitem uma amplificação não-linear e uma conversão dos sinais no chip. Entretanto, para a maioria das câmeras utilizadas em *PIV*, o sinal é linearmente amplificado e codificado. Com um projeto adequado, linearidades com desvio de menos de 1% são possíveis.

A *faixa dinâmica* de um sensor é definida como a razão entre o sinal mais alto e o mais baixo que podem ser obtidos. O sinal mais alto possível é proporcional à capacidade de poço máxima de um pixel, e é convertido de forma que corresponde ao valor máximo atribuído àquele elemento da imagem após conversão (por exemplo, 255 para o caso de 8 bits). Já o sinal mais baixo corresponde ao nível de ruído quando

o sensor não é exposto a nenhuma luz, também denominado ruído de chão, e é convertido para o valor 0.

# 7.7 PROCESSAMENTO DE IMAGENS E CÁLCULO DO CAMPO VETORIAL

O desempenho da técnica de velocimetria por imagem de partículas é determinado pela qualidade das imagens e pelo tratamento do sinal após a aquisição (Raffel et. al, 2007). Tipicamente, a extração dos campos de velocidade é simples quando os métodos de análise são aplicados em imagens que apresentam boa iluminação, bom contraste, baixo ruído, poucos objetos estacionários, tamanho e deslocamento adequado das imagem de partículas, etc. No entanto, estas condições nem sempre podem ser satisfeitas. Imagens com variações localizadas de intensidade causadas por reflexões, não-uniformidades do feixe, formato irregular de partículas, componente de velocidade para fora do plano de iluminação, dentre outros, podem implicar em avaliações tendenciosas dos vetores velocidade.

Sendo assim, deve-se tentar ao máximo otimizar os parâmetros envolvidos na etapa de aquisição de imagens – parâmetros estes que foram descritos nas seções anteriores – de maneira a obter a melhor qualidade de imagem possível para as condições experimentais em questão. Entretanto, quando a qualidade das imagens não é ideal, é importante que se aplique algum esforço de *pré-processamento* para melhorá-la, antes de efetuar a análise para estimação dos campos de velocidade.

## 7.7.1 Pré-processamento

Existem inúmeras técnicas e algoritmos que permitem aumentar a razão entre as intensidades das imagens de partículas e do ruído de fundo (Seol e Socolofsky, 2008; Lindken e Merzkirch, 2002; Honkanen e Nobach, 2005; Westerweel, 1993; Shavit et al., 2007; Theunissen et al., 2008). Segundo Raffel et al. (2007), o objetivo das técnicas consiste basicamente em aumentar e uniformizar a intensidade das imagens de partículas e diminuir a influência de outros objetos presentes nas imagens. A técnica mais simples para reduzir efeitos de objetos estáticos e diferenças de intensidade indesejadas é a remoção (subtração) da iluminação de fundo das imagens. A iluminação de fundo pode ser determinada utilizando-se uma imagem do escoamento sem partículas nas mesmas condições de aquisição, ou através de uma imagem média, obtida a partir de um número grande de imagens. Esse procedimento simples tende a evidenciar as partículas e melhorar a qualidade do processamento.

Existem técnicas mais elaboradas para a remoção de variações localizadas da intensidade de iluminação. O uso de filtros passa-alta ou passa-faixa é uma das alternativas para a remoção de fundo sem alteração significativa das imagens. Por serem localizadas espacialmente, as partículas são representadas no espectro por modos com elevado número de onda, enquanto variações de iluminação e objetos de fundo têm características opostas. Sendo assim, o uso de filltros digitais, com freqüência de corte ajustadas para remover variações de intensidade de objetos não relacionados com as partículas, permite melhorar a qualidade das imagens. A figura 20 exemplifica este procedimento. Ao se usar filtros, deve-se tomar cuidado para que as freqüências de corte não fiquem muito próximas às frequências associadas ao tamanho das partículas, evitando assim que informações relevantes sejam descartadas.



Figura 20. Exemplo de aplicação de filtros no pré-processamento de imagens de um jato: (a) imagem original extraída de Stanislas et al. (2003); (b) imagem filtrada; (c) conteúdo de baixa freqüência que foi removido.

A determinação de faixas de corte é um método simples que também pode facilitar a estimação dos vetores velocidade do escoamento. Essa técnica foi criada com o intuito de reduzir a influência de partículas muito iluminadas na determinação do deslocamento entre as imagens. Isto é necessário porque a estimação do deslocamento envolve o cálculo da correlação entre as imagens, e partículas com diferentes níveis de iluminação possuem diferentes pesos na estimação da correlação. O procedimento descrito no trabalho de Shavit et al. (2007) permite a equalização das intensidades das partículas, e consiste no ajuste de limites de corte com base na

mediana e no desvio padrão das intensidades de cinza das imagens,  $I_{mediana}$  e  $\sigma_I$ , respectivamente. Normalmente, aplica-se um fator de escala *n* definido pelo usuário para uma melhor adequação dos limites a cada caso específico. Assim, a equação que define os limites de intensidade pode ser escrita como:

$$I_{lim} = I_{mediana} + n \sigma_I .$$
<sup>(18)</sup>

Um exemplo de aplicação do pré-processamento pode ser observado na figura 21. Neste exemplo, é perceptível a equalização da intensidade das imagens das partículas.



Figura 21. Exemplo de aplicação de faixas de corte. Esquerda: amostra da imagem original extraída de Stanislas et al. (2003); direita: imagem após equalização com corte de faixas.

A normalização das intensidades de cinza em partes da imagem principal foi também proposta no trabalho de Shavit et al.(2007). O método se baseia no ajuste das intensidades máximas e mínimas de amostras (janelas) da imagem principal. Valores calculados para cada janela são equalizados com valores globais. Isso permite remover objetos de fundo com baixa intensidade e ainda promove uma equalização da iluminação ao longo da imagem. A figura 22 mostra um caso com variações locais de iluminação, para o qual se recomenda a aplicação deste procedimento. A melhora na qualidade das imagens é claramente perceptível. Uma das formas de implementar o procedimento é seguindo a equação abaixo:

$$I^{\prime amostra} = \frac{\left(I_{max}^{global} - I_{min}^{global}\right) \cdot \left(I_{mostra}^{amostra} - I_{min}^{amostra}\right)}{\left(I_{max}^{amostra} - I_{min}^{amostra}\right) + I_{min}^{global}} .$$
(19)



Figura 22. Exemplo de aplicação da normalização local. Esquerda: amostra da imagem original extraída de Stanislas et al. (2001); direita: imagem após a normalização.

Os métodos de pré-processamento de imagens descritos brevemente nesta seção servem para destacar a sua aplicabilidade e importância para melhorar as medições *PIV*. No entanto, cabe ressaltar que o pré-processamento altera artificialmente as estatísticas das imagens originais, e pode levar a um aumento na incerteza do cálculo do deslocamento das partículas se não for feito com o cuidado adequado.

### 7.7.2 Análise para determinação dos vetores velocidade

# Correlação de imagens

O método de análise em *PIV* consiste em avaliar o deslocamento espacial entre dois pares de imagens de partículas. A estimação dos vetores de deslocamento, e portanto de velocidade, é feita utilizando-se o conceito estatístico de *correlação*, *R*:

$$R_{I_{1}I_{2}}(\Delta i, \Delta j) = \sum_{i} \sum_{j} I_{1}(i, j) I_{2} (i + \Delta i, j + \Delta j),$$
(20)

onde  $I_1$  e  $I_2$  são as intensidades nas *janelas de interrogação*, e *i* e *j* se referem aos índices dos pixels nestas janelas. Uma descrição matemática detalhada sobre este conceito, aplicado à correlação espacial utilizada na análise de imagens, pode ser encontrada em (Adrian, 2010).

O deslocamento, para cada janela de interrogação, é então avaliado diretamente a partir da localização do pico no *mapa de correlação*. Um exemplo de mapa de correlação (vista superior) é dado na figura 23.

O cálculo da correlação através da equação (20) é um procedimento lento do ponto de vista computacional. Por isso, é comum o uso de um método alternativo baseado no teorema que assegura que a correlação de duas funções é equivalente ao produto conjugado complexo das transformadas de Fourier dessas funções:

$$R_{I_1I_2} \Leftrightarrow \hat{I}_1. \operatorname{conj}(\hat{I}_2) ,$$
(21)

onde  $\hat{l}_1$  e  $\hat{l}_2$  são as transformadas de Fourier das imagens ou janelas 1 e 2, respectivamente.



Figura 23. Exemplo de mapa de correlação (abaixo) calculado a partir de um par de imagens (acima).

Maior eficiência no cálculo das transformadas de Fourier é obtida utilizando-se algoritmos de transformada rápida, conhecidos pela sigla *FFT* ("Fast Fourier Transform"). Estes métodos são tipicamente utilizados em amostras contendo  $2^n$  dados, por isso é comum o uso de janelas de interrogação com tamanho igual a  $2^n x 2^n$  pixels. O uso de algoritmos baseados em *FFT* implica que os mesmos cuidados e restrições conhecidos da teoria de processamento de sinais também se aplicam ao processamento de imagens. Uma revisão detalhada sobre o processamento de sinais com o uso de *FFT* pode ser encontrada no livro de Haykin & Van Veen (2001).

Uma das implicações importantes do uso de *FFT* no cálculo de correlações é que, por definição, a transformada de Fourier assume que os sinais são periódicos, ou seja, as imagens ou amostras se repetem infinitas vezes em todas as direcões. Logo, problemas de espalhamento de energia nos espectros associados a descontinuidades dos sinais também ocorrem no processamento das imagens. Existem diversas técnicas de condicionamento de sinais que foram criadas com o intuito de minimizar esses efeitos, tais como enjanelamento, preenchimento com zeros ("padding"), entre outras. Entretanto, algumas dessas técnicas não são aplicáveis a medições PIV como, por exemplo, o enjanelamento. Isso se deve ao fato de que no enjanelamento uma distribuição não uniforme de pesos seria atribuída a partículas em posições diferentes da imagem, o que introduziria uma tendência na estimação da correlação. Outro problema típico relacionado ao processamento de sinais com FFT é a ocorrência de aliasing. Isto ocorre quando o deslocamento das partículas é maior do que o estipulado pelo critério de Nyquist, o que no caso de imagens corresponde a metade do tamanho da janela de interrogação. Devido à suposição de periodicidade na FFT, deslocamentos que fogem do critério aparecem espelhados no plano de correlação como deslocamentos menores. Logo, antes de efetuar o processamento das imagens deve-se observar se o teorema de amostragem de Nyquist está sendo satisfeito. Uma possível solução é o aumento do tamanho da janela de interrogação, ou uma redução do tempo entre pulsos. De acordo com Adrian e Westerweel (2011), uma abordagem que pode ser adotada para evitar esse problema é restringir o deslocamento máximo das partículas a um quarto do tamanho da janela de interrogação.

A dificuldade de se aplicar procedimentos usuais de condicionamento de sinais para melhorar o cálculo da correlação de imagens reforça a importância da escolha de parâmetros adequados durante as etapas de aquisição e pré-processamento.

# Estimação de deslocamento das partículas

Um dos processos mais importantes na estimação do deslocamento das partículas é a detecção e localização do *pico de máxima correlação*. A princípio é possível estimar a localização destes picos com resolução de  $\pm 1/2$  pixels, uma vez que os dados estão discretizados em números inteiros de pixels. No entanto, os coeficientes de correlação contêm uma estimativa estatística do melhor deslocamento da imagem, de modo que a intensidade dos valores de  $R_{I_1I_2}$  nas imediações do pico contém informações relevantes que devem ser usadas na estimação de sua localização. A figura 24 exemplifica o comportamento da função de correlação para casos com diferentes frações de deslocamento médio.



Figura 24. Exemplo da distribuição de intensidade da correlação nas imediações do pico para diferentes frações de deslocamento das partículas.

Observa-se, na figura 24, que no caso em que o deslocamento é igual a um número inteiro de pixels (0 px na figura), a distribuição dos valores de correlação apresenta comportamento simétrico em torno do pico. Já no caso com deslocamento médio de -1/4 pixels, a distribuição apresenta uma pequena perda de simetria, indicando que o pico não está localizado no valor inteiro. Para deslocamentos de -1/2 pixels observa-se claramente que o pico se encontra entre dois valores inteiros. Logo, pode-se inferir que uma das formas de se melhorar a resolução na localização do pico é através do uso de alguma função de interpolação dos valores da correlação próximos ao pico. Nos primeiros algoritmos de *PIV* a localização do pico era feita através da estimação do centróide dos pontos. Com o desenvolvimento da técnica observou-se que funções de ajuste apresentam resultados mais robustos, estáveis e exatos (Westerweel, 1997). As funções de ajuste mais comuns são o ajuste parabólico e o gaussiano, mas existem outras (Adrian e Westerweel, 2011). Com a aplicação adequada de interpolação pode-se chegar a uma resolução da ordem de 0.01 pixels na estimação do pico de correlação.

Cada função de interpolação dos picos de correlação confere um diferente nível de exatidão na estimação do deslocamento das partículas. Uma das formas de se avaliar o nível de tendência introduzido pelo procedimento utilizado é através da análise do histograma de deslocamentos. A figura 25 mostra um exemplo de tal análise. O histograma da figura mostra que, no caso analisado, há uma maior ocorrência de deslocamentos em torno de valores inteiros de pixels. Isto não tem relação com o comportamento do escoamento, sendo uma tendência induzida somente pelo processamento de imagens. Este efeito é influenciado, também, pela qualidade das imagens processadas e pelo diâmetro das imagens de partículas  $d_{im}$ , dado pela equação (15). Logo, imagens de má qualidade podem causar a concentração de deslocamentos em pixels inteiros – denominada em inglês *pixel locking* – mesmo com a utilização de algoritmos de eficiência já comprovada. Sendo assim, a análise do histograma de deslocamentos é um importante teste para avaliar a qualidade das medições.



Figura 25. Exemplo de um histograma dos deslocamentos estimados com *PIV*, onde há concentração em torno de valores inteiros de pixels.

### Otimização do tempo entre pulsos

A escolha do tempo entre pulsos na aquisição das imagens também influencia o erro da estimação dos vetores velocidade do escoamento. Em uma abordagem simplificada, a velocidade calculada pelo método pode ser relacionada ao tempo entre pulsos  $\Delta t$  de acordo com a seguinte equação:

$$U = \frac{\Delta s(\Delta t)}{M \Delta t} \pm \frac{erro_{residual}}{M \Delta t},$$
(22)

onde  $\Delta s(\Delta t)$  é o deslocamento das partículas na imagem em função do tempo entre pulsos, M é a magnificação e  $erro_{residual}$  é o erro inerente ao cálculo de deslocamento através da correlação.

O primeiro termo da equação (22) se refere diretamente à velocidade do escoamento, enquanto o segundo inclui o erro residual, e tende a infinito para  $\Delta t \rightarrow 0$ . A primeira impressão seria a de que intervalos de tempo grandes são mais adequados, pois reduzem a influência do erro residual. No entanto, grandes intervalos de tempo causam um aumento da incerteza no cálculo de  $\Delta s$  devido a erros de amostragem e perda de pares de partículas na correlação. Sendo assim, existe um compromisso que sugere um valor ótimo de  $\Delta t$ , conforme ilustrado qualitativamente na figura 26.



Figura 26. Representação esquemática dos erros relacionados ao intervalo de aquisição dos pares de imagens.

Na prática, uma das formas de se encontrar um bom compromisso entre as incertezas é ajustar o intervalo entre pulsos para um valor sabidamente pequeno e a partir daí aumentá-lo gradualmente. A partir do número de vetores *espúrios* é possível avaliar, mesmo que de maneira grosseira, a faixa de intervalos de tempo adequados para a medição. Existem outras possibilidades que são discutidas em maior detalhe no livro de Raffel et al. (2007).

## Influência do diâmetro da imagem de partículas

Como foi mencinado há pouco, o diâmetro das partículas na imagem,  $d_{im}$ , também exerce influência na estimação do deslocamento. A figura 27 mostra uma simulação feita com imagens sintéticas, geradas por rotinas numéricas, onde o diâmetro da partícula foi alterado e o erro relativo ao deslocamento teórico foi computado. A simulação demonstra algumas das observações feitas nos trabalhos de Willert (1996) e Westerweel (1997). Observa-se que existe um diâmetro ótimo, próximo a 2 pixels, que minimiza o erro. De acordo com Westerweel (1997), isso ocorre porque imagens de partículas pequenas tendem a gerar valores inteiros de deslocamento, o que aumenta o erro atribuído a *pixel locking*. Já imagens de partículas grandes resultam em picos de correlação largos, o que eleva a incerteza na estimação do seu máximo no mapa de correlação.



Figura 27. Exemplo da influência do diâmetro da imagem das partículas na estimação do deslocamento.

# Número de partículas por janela de interrogação

A densidade de partículas na imagem é outro parâmetro que deve ser ajustado para se aumentar a razão entre o sinal de interesse e o ruído no plano de correlação. O objetivo neste caso é dar condições para que os picos de correlação atribuídos ao deslocamento das partículas e os devidos ao ruído das imagens possam ser claramente distinguidos. A figura 28 exemplifica como o número de partículas por janela de interrogação tem influência no número de vetores válidos, extraídos da correlação das imagens. Os dados mostrados nesta figura foram, novamente, obtidos com imagens sintéticas e portanto, em situações práticas, o comportamento pode ser um pouco diferente do apresentado. Contudo, a análise ainda serve como guia para auxiliar no ajuste da densidade de partículas.

Observa-se na figura 28 que o número de vetores válidos sofre redução abrupta quando o número de partículas por janela de interrogação é menor do que 6. Por isso é prática comum adotar um limite seguro de no mínimo 8 partículas por janela. Algumas referências sugerem um limite mais conservativo de 10 partículas, o que é prudente se considerarmos que na análise da figura 8 não estão incluídos os efeitos de ruído nas imagens e de perda de partículas devido a componentes de velocidade para fora do plano de iluminação.



Figura 28. Exemplo da influência da densidade de partículas sobre o número de vetores válidos. Nesta análise foram usadas janelas de 32x32 pixels e partículas com 2 pixels de diâmetro.

#### Métodos de interrogação

Ao longo dos anos foram desenvolvidos vários métodos de refinamento das janelas de interrogação com o objetivo de aumentar a resolução espacial e reduzir a perda de partículas na correlação. Dentre os métodos destacam-se os esquemas de *múltiplos passes*, de *refinamento de malha* e de *deformação das janelas*, por serem os mais utilizados. Uma revisão detalhada acerca destes algoritmos pode ser encontrada nos trabalhos de Hart (2000), Wereley e Meinhart (2001), Scarano (2002) e Raffel et.al. (2007).

No esquema de múltiplos passes as janelas de interrogação são deslocadas entre si. O número de pixels e a direção são dados pelo deslocamento médio das partículas calculado através da correlação no passe inicial. O método é iterativo e se repete até que o deslocamento das janelas atinja a convergência de ±1pixel. Desse modo, reduzse a perda de partículas correlacionadas dentro das janelas de interrogação.

O refinamento da malha é uma extensão do método de múltiplos passes. Esse método utiliza a técnica de múltiplos passes para a estimação do avanço inicial das janelas. A partir daí os deslocamentos estimados para janelas mais grosseiras são interpolados para uma malha mais refinada. O procedimento é repetido até que no último passe é feita a estimação de deslocamento com precisão sub-pixel, utilizando, por exemplo, um ajuste gaussiano. Esta técnica permite que sejam utilizadas janelas de interrogação de tamanho menor do que o deslocamento das partículas, o que resulta em um aumento considerável da resolução espacial. A figura 29 exemplifica o funcionamento do método.



Figura 29. Exemplo de passos de iteração do método de refinamento de malha. Os tamanhos das janelas de interrogação utilizadas variaram de 128x128pixels (imagem superior esquerda) até 16x16 (inferior direita).

Tanto no método de análise mais simples quanto nos métodos de múltiplos passes e refinamento de malha, assume-se que a posição relativa das partículas dentro das janelas de interrogação se mantém aproximadamente a mesma para os dois instantes de tempo. Em escoamentos com forte cisalhamento essa hipótese é violada e os picos de correlação podem apresentar valores próximos ao ruído das imagens, o que dificulta a estimação correta dos deslocamentos. Para esses casos foram desenvolvidos esquemas de *deformação de janelas*, cujo princípio é ilustrado na figura 30.



Figura 30. Desenho esquemático do princípio de deformação da janela de interrogação. Figura extraída do trabalho de Scarano (2002).

O esquema de deformação é iterativo e também constitui uma extensão do algoritmo de múltiplos passes. A idéia do método é combinar as informações de deslocamento e gradientes de velocidade em torno da região de interrogação para otimizar a correlação entre as imagens. O deslocamento é utilizado na estimação do avanço das janelas de interrogação, enquanto o gradiente é usado em sua distorção.

### Esquemas de alta resolução

Uma técnica que pode ser adicionada aos métodos de interrogação para possibilitar um aumento da resolução espacial é a multiplicação de planos de correlação, proposta no trabalho de Hart (1999). O objetivo deste método é aumentar a razão entre o pico de correlação e o ruído de fundo, conforme ilustrado na figura 31. Isto é obtido multiplicando-se dois planos de correlação próximos entre si, obtidos a partir de regiões de interrogação afastadas de <sup>1</sup>/<sub>4</sub> do tamanho da janela. O procedimento apresenta bons resultados quando aplicado em casos em que o gradiente de deslocamento não é muito elevado. No exemplo ilustrado na figura 31, pode-se observar uma melhora significativa do pico de correlação com o uso desta técnica.



Figura 31. Aumento da razão entre sinal de interesse e ruído, obtido com o uso de multiplicação de mapas de correlação, conforme proposto no trabalho de Hart (1999). Outra técnica que é utilizada para se obter alta resolução é uma mescla de algoritmos de *PIV* com esquemas de acompanhamento de partículas (Cowen e Monismith, 1997, Bastiaans et al, 2002). Com estes métodos, a resolução dos campos de velocidade pode chegar a poucos pixels. A técnica consiste em utilizar rotinas de *PIV* para resolver os campos do escoamento em janelas pequenas e a partir daí usar essas as informações para auxiliar no acompanhamento individual das partículas.

#### 7.7.3 Pós-processamento

Conforme discutido nos itens anteriores, a qualidade dos resultados obtidos com a técnica PIV é condicionada a diversos fatores que podem não ser satisfeitos ao longo de toda a área da imagem. Logo, mesmo imagens consideradas de boa qualidade podem conter regiões onde a iluminação, o número de partículas, e outros fatores, não sejam suficientes para garantir o sucesso na estimação do deslocamento das partículas. Assim, é possível que os campos de velocidade contenham vetores isolados com valores discrepantes do restante do escoamento, chamados de espúrios. Um exemplo que ilustra esse problema é mostrado na figura 32. Uma das imagens utilizadas no processamento deste caso pode ser observada na figura 20. Nota-se que o campo de velocidade do jato apresenta vários vetores espúrios, mesmo com imagens de partículas apresentando uma boa qualidade após o pré-processamento. Tipicamente, em medições PIV de qualidade, a remoção de vetores espúrios não ultrapassa 1% do número total, e em casos mas dificeis pode chegar a 5%. A princípio, a existência de poucos vetores espúrios pode não parecer significativa para o campo de velocidades, no entanto, a presença de tais vetores pode influenciar severamente a extração de outras informações do escoamento como, por exemplo, a vorticidade. Por isso é necessário que seja realizada a validação dos dados e a remoção de discrepâncias antes de se proceder com a análise dos resultados. Uma discussão acerca desse tema pode ser encontrada no trabalho de Foucaut & Stanislas (2002).

Vetores espúrios são facilmente identificados pelo olho humano, mas devido ao volume de dados, é necessário que o processo seja automatizado. Para isso foram desenvolvidos ao longo dos anos diversos algoritmos de *validação* dos resultados de *PIV*, com o objetivo de detectar e remover estes vetores. Algumas referências que tratam deste tema são os trabalhos de Hart (2000), Liang et al. (2003), Westerweel & Scarano (2005), Shinneeb et al. (2004), Pun et al. (2007), Liu et al. (2008) e Garcia (2011). A recente atividade indica que este ainda é um tema em desenvolvimento. Entretanto, existem métodos simples e já estabelecidos que fornecem boa eficiência na remoção de dados discrepantes. Dentre estes métodos destacam-se os filtros por média global, diferença de vetores, média dinâmica, mediana, mediana normalizada e intensidade do pico. A figura 32 ilustra o resultado obtido com um filtro do tipo

mediana normalizada. Alguns métodos apresentam maior eficiência que outros em diferentes situações, de modo que a escolha do algoritmo e o ajuste dos parâmetros cabem ao usuário e devem ser feitos com o cuidado adequado para evitar a remoção excessiva de dados.



Figura 32. Campo de velocidade instantâneo de um jato medido com *PIV*. Esquerda: campo resultante do cálculo da correlação; direita: campo após a remoção de vetores espúrios. O par de imagens para o processamento foi obtido no endereço [http://www.pivchallenge.org/].

Após a remoção de vetores espúrios é aceitável substituir os dados perdidos por vetores provenientes de picos de correlação alternativos ou por vetores obtidos através da interpolação dos dados válidos. Isto é feito sem maiores ressalvas quando o número de vetores removidos é inferior a 5% do total. Caso os vetores espúrios estejam concentrados em regiões específicas da imagem, é prudente avaliar com cuidado a influência da interpolação no campo de velocidades. Acima de 5%, a substituição dos vetores deve ser utilizada com extremo cuidado para não criar informações artificiais nos campos de velocidade. A figura 33 mostra o resultado do campo de velocidades da figura 32, após a aplicação de procedimentos de remoção de vetores espúrios e interpolação dos vetores válidos. Pode-se observar que mesmo com o campo de velocidades original apresentando alguns vetores inválidos, foi possível recuperá-lo para quase toda a região de medição.



Figura 33. Campo de velocidade após remoção de dados discrepantes e interpolação.

## Estimação de quantidades estatísticas, diferenciais e integrais

A partir dos campos de velocidade é possível extrair outras informações importantes sobre o escoamento. Quando há quantidade suficiente de campos de velocidade amostrados no tempo (extraídos a partir de uma série de pares de pulsos na aquisição), de forma a constituir uma amostragem estatística do escoamento, pode-se calcular, por exemplo, o campo de velocidade média, o campo de flutuações de velocidade, entre outras estatísticas.

Pode-se estimar também quantidades diferenciais da velocidade, como vorticidade e taxas de deformação, para um instante de tempo ou, quando uma amostragem no tempo está disponível, para uma evolução no tempo destas quantidades . Por meio de integração, é possível também estimar outras quantidades tais como a circulação, função corrente e função potencial. Antes de se avaliar alguns dos métodos existentes para o cálculo desses parâmetros é importante determinar quais componentes do tensor gradiente de velocidade, apresentado na equação (5), podem ser obtidos a partir das medições *PIV*.

Com a técnica de *PIV* convencional (planar), somente podem ser estimados os termos de extensão e cisalhamento no plano X - Y de iluminação ( $\partial U/\partial X$ ,  $\partial U/\partial Y$ ,  $\partial V/\partial X$ ,  $\partial V/\partial Y$ ), e a componente de vorticidade normal a esse plano ( $\omega_Z$ ). A técnica de *PIV* estereoscópico fornece também a medição da componente de velocidade para fora do plano, *W*, permitindo o cálculo adicional dos termos ( $\partial W/\partial X$ ) e ( $\partial W/\partial Y$ ) do tensor gradiente de velocidade, mas não traz informações adicionais de vorticidade e deformação, pois o cálculo das derivadas fora do plano de iluminação continuam inviabilizadas. Isto pode ser observado na decomposição da equação (5). Termos adicionais somente podem ser obtidos através de medições em volumes ou em mais de

um plano de iluminação, como no caso das técnicas de *PIV* em dois planos, *PIV* holográfico e *PIV* tomográfico. Dentre estes métodos, o *PIV* holográfico e o tomográfico, classificados como 3D-3C, permitem o cálculo de *todas* as componentes do tensor, inclusive na forma decomposta.

O cálculo da vorticidade e das taxas de deformação envolve a aplicação de esquemas de diferenciação numérica, e a escolha do método pode influenciar os resultados obtidos, como é exemplificado na figura 34. A descrição dos métodos avaliados aqui pode ser encontrada no livro de Raffel et al. (2007). Na figura 34, alguns esquemas de diferenciação são aplicados aos vetores velocidade que foram apresentados anteriormente, na figura 29. Como naquela figura foram utilizadas imagens sintéticas de um escoamento com circulação conhecida, sabe-se então que a vorticidade do escoamento é uma função suave e simétrica. Assim, é possível avaliar de maneira comparativa a influência dos esquemas numéricos sobre o cálculo da vorticidade.



Figura 34. Contornos de vorticidade dos vetores da figura 29, obtidos a partir de diferentes esquemas de diferenciação.

Nota-se que, dentre os esquemas analisados, o método baseado na circulação do escoamento, denotado na figura por "2D-center", é o que apresenta melhor comportamento. De acordo com Raffel et al. (2007), esse método é um dos mais

adequados para o cálculo da vorticidade pelo fato de utilizar mais dados que os outros esquemas, o que resulta em uma redução da incerteza.

O cálculo das *funções corrente*,  $\Psi$ , e *potencial*,  $\Phi$ , dadas pelas equações (23), também pode ser influenciado pelo esquema numérico adotado. Além disso, a típica ausência de condições de contorno de  $\Psi$  e  $\Phi$  nas medições experimentais implica na não-unicidade da solução das integrais. Com isso, os resultados podem depender do local escolhido para o início da integração. Outro fator que influencia o cálculo é o acúmulo de erros que se propaga na direção de integração.

$$\Psi = \int_{Y} UdY - \int_{X} VdX ; \quad \Phi = \int_{X} UdX - \int_{Y} VdY .$$
(23)

A influência do caminho de integração sobre o cálculo da função corrente é ilustrada na figura 35. Para este cálculo foram utilizados os campos de velocidade do escoamento da figura 29. Na figura 35, duas posições diferentes foram escolhidas para o início da integração. Nota-se que as linhas de corrente são levemente diferentes. Observa-se também um aumento da assimetria das linhas à medida que se afastam da posição de início da integração. Uma das maneiras de reduzir esse efeito é iniciar a integração próximo à região de interesse. Desse modo o acúmulo de erros se torna mínimo nesse local.



Figura 35. Linhas de corrente dos vetores da figura 29, obtidos com diferentes pontos de início da integração.

# Estimação do espectro

Freqüentemente, no estudo da dinâmica dos escoamentos é importante conhecer as freqüências e números de ondas das flutuações de velocidade envolvidas no fenômeno. Isto é particularmente relevante na investigação de escoamentos turbulentos. Normalmente, utilizam-se para este fim equipamentos com uma alta resolução temporal e espacial e que permitem resolver as flutuações em uma faixa ampla de escalas. Os anemômetros a fio quente e Laser Doppler possuem essas características e por isso são os mais utilizados em estudos de turbulência. Nas medições *PIV* a faixa de escalas e a resolução espacial são limitadas, de modo que a capacidade dessa técnica em resolver espectros é inferior aos equipamentos supracitados. Entretanto, em alguns casos especiais, especialmente para números de Reynolds baixos, é possível estimar o espectro de flutuações do escoamento, ou alguma parte do espectro.

O cálculo da densidade espectral a partir de campos completos de velocidade, obtidos com *PIV*, pode ser feito utilizando-se ferramentas padrões de processamento de dados baseadas em *FFT* e autocorrelação. Uma descrição completa desses procedimentos pode ser encontrada nos livros de Haykin & Van Veen (2001) e de Adrian & Westerweel (2011). Nos casos onde a ocorrência de vetores espúrios não permite que o campo completo de velocidades seja estimado, utilizam-se procedimentos de estimação de espectro desenvolvidos para séries de dados amostradas aleatoriamente (Tummers & Passchier, 1996).

No exemplo da figura 36 observa-se a densidade espectral das flutuações de deslocamento, de um escoamento artificial, em função do *número de onda*, k (pixel<sup>-1</sup>). No gráfico à esquerda é apresentado o espectro que foi utilizado no trabalho de Stanislas et al. (2008) para a geração das imagens sintéticas que contém o deslocamento das partículas. Já o gráfico da direita mostra o espectro obtido a partir do processamento das imagens. Nesse processamento foi utilizado um algoritmo de múltiplos passes e refinamento de malha. Para números de onda pequenos, nota-se uma boa estimação do espectro com a técnica *PIV*. Estas perturbações são mais facilmente resolvidas, pois requerem uma menor resolução espacial. Já as flutuações com números de onda mais elevados apresentam erro considerável.



Figura 36. Espectro de números de onda (pixel<sup>-1</sup>) das flutuações de deslocamento obtidas a partir de imagens sintéticas [http://www.pivchallenge.org/]. Esquerda: espectro teórico, extraído de Stanislas et al. (2008), direita: espectro obtido a partir da análise *PIV* com janelas de 16x16 pixels.

Os testes realizados no trabalho de Stanislas et.al. (2008), mostram que a resolução espacial pode ser melhorada com o uso de algoritmos que considerem o cisalhamento dentro das regiões de interrogação, como é o caso dos esquemas com deformação das janelas. No entanto, o trabalho também mostra as limitações da técnica, uma vez que nenhum dos esquemas reproduziu com fidelidade toda a faixa de número de ondas do espectro teórico.

# 7.8 SISTEMAS *PIV* PARA MEDIÇÃO DAS TRÊS COMPONENTES DE VELOCIDADE

A técnica de *PIV* convencional permite somente a medição das duas componentes de velocidade no plano de iluminação. Para a medição da componente normal ao plano de iluminação é necessário o uso da técnica de *PIV* estereoscópico (2D-3C). Já para a medição das três componentes em uma região volumétrica do escoamento – o que permite uma análise espacial completa dos campos instantâneos – é necessário o emprego de modalidades 3D-3C da técnica *PIV*, i.e., o *PIV tomográfico* ou o *PIV holográfico*.

#### 7.8.1 PIV estereoscópico

O princípio do *PIV* estereoscópico é o mesmo da visão humana, onde a interpretação espacial em três dimensões é dada a partir de duas imagens distintas de um mesmo objeto. No caso do *PIV*, estas imagens podem ser obtidas com o uso de duas câmeras ou através de uma câmera associada a um arranjo de espelhos. A figura 37 mostra um desenho esquemático do arranjo básico estereoscópico com duas câmeras.



Figura 37. Esquema básico de arranjo estereoscópico com duas câmeras.

De acordo com Raffel et. al. (2007), o arranjo estereoscópico mais utilizado envolve o alinhamento das lentes com a direção de observação, conforme mostrado na figura 37, mas existem outros (Adrian & Westerweel, 2011). O inconveniente deste arranjo é que o plano de observação não é paralelo ao plano da lente. Isto faz com que a imagem formada no sensor de uma câmera, alinhado paralelamente com a lente, contenha regiões em foco e regiões fora de foco. Para corrigir este efeito, utiliza-se suportes que permitem variar o ângulo da câmera (i.e., do sensor) em relação à lente, de modo a satisfazer o *critério de Scheimpflug*. O critério de Scheimpflug é satisfeito quando as projeções dos planos da imagem, da lente e do objeto (ou iluminação) se cruzam em um mesmo ponto no espaço (ver figura 37). Este critério garante que a imagem seja formada corretamente no plano do sensor.

No arranjo da figura 37, cada câmera fornece uma imagem em perspectiva do objeto. Para transformar e remover a distorção da imagem, trazendo-a de volta ao plano original do objeto, é necessário efetuar a calibração das imagens. A calibração consiste na obtenção de uma função de mapeamento da imagem do objeto (um *alvo* de calibração) em relação à imagem observada pela câmera. Essa função permite que cada ponto no plano da imagem corresponda a um único ponto no plano do objeto. Para a distinção entre estes planos no equacionamento do problema, optou-se por manter a definição das coordenadas espaciais do plano da imagem como (x, y) e do plano do objeto como (X, Y).

As funções de mapeamento podem ser lineares ou não-lineares. As lineares permitem corrigir somente a projeção em perspectiva do objeto, enquanto que as não-lineares permitem corrigir também algumas distorções óticas. Um exemplo de função de mapeamento de 2ª ordem é dado pelas equações (24), mas existem outras (Prasad, 2000; Willert, 1997; Adrian & Westerweel, 2011).

$$X = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 x y + a_5 y^2 \dots$$
  

$$Y = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 x y + b_5 y^2 \dots$$
, (24)

-1 -

onde  $a_i e b_i$  são os coeficientes da função de mapeamento. Estes coeficientes podem ser determinados através da solução do sistema:

$$A \cdot \begin{bmatrix} a_{0} \\ a_{1} \\ a_{2} \\ a_{3} \\ a_{4} \\ a_{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1} \\ X_{2} \\ \vdots \\ X_{n} \end{bmatrix}, B \cdot \begin{bmatrix} b_{0} \\ b_{1} \\ b_{2} \\ b_{3} \\ b_{4} \\ b_{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1} \\ Y_{2} \\ \vdots \\ Y_{n} \end{bmatrix}$$

63

(25)

(26)

onde

A solução do sistema de equações é feita a partir da imagem de alvos que contêm marcações distribuídas e com espaçamento conhecido. A partir do reconhecimento dos pontos na imagem e do conhecimento de suas respectivas localizações no plano do objeto é possível aplicar procedimentos de regressão.

O mapeamento dos planos para uma única posição do alvo não fornece informações acerca dos ângulos das câmeras, o que é imprescindível para o cálculo correto dos deslocamentos nas 3 dimensões. Para se obter essas informações é necessário o mapeamento de vários planos, deslocados na direção normal ao plano do objeto. Um dos métodos de se fazer isso é deslocar o alvo. Uma alternativa é utilizar alvos com vários níveis de profundidade.

Mesmo após a obtenção dos coeficientes de mapeamento ainda é possível que ocorram disparidades entre os deslocamentos estimados pelas imagens em relação aos reais. A principal razão para isso é o desalinhamento entre o calibrador e o plano de iluminação. Para corrigir este efeito, um dos procedimentos adotados é a estimação dos deslocamentos das partículas a partir das imagens observadas pelas duas câmeras em um mesmo instante. A princípio, as imagens nesse caso deveriam retratar a mesma localização das partículas, quando submetidas à transformação com a função de mapeamento. No entanto, quando há desalinhamento isto não ocorre. Para quantificar esta disparidade e fazer a correção dos coeficientes da função de mapeamento, estimase a correlação entre as imagens transformadas. A minimização dos deslocamento estimado implica em redução dos resíduos e na correção dos coeficientes de mapeamento. A partir da correção da disparidade é possível proceder com o cálculo dos vetores velocidade.

A figura 38 mostra campos de velocidade 2D-3C de um jato espiralado incidente (o mesmo cujos resultados de *PIV* planar haviam sido apresentados na figura 5) obtidos com *PIV* estereoscópico. Acima, um campo instantâneo, colorido por magnitude de velocidade. Abaixo, um campo médio colorido de acordo com os valores da velocidade para fora do plano, W.



Figura 38. Medições de campo de velocidade de um jato espiralado incidente com PIV estereoscópico: (a) campo instantâneo, colorido por magnitude de velocidade; (b) campo médio, colorido pelo valor absoluto da componente de velocidade normal ao plano, *W*.

# 7.8.2 PIV tomográfico

Esta modalidade da técnica *PIV* é capaz de proporcionar medições de campos instantâneos de velocidade com as três componentes em uma região volumétrica do escoamento (3D-3C). Nesta configuração, as partículas traçadoras presentes na região de interesse do escoamento são iluminadas por uma fonte pulsada de laser em uma região tri-dimensional do espaço (e não mais em um plano). Múltiplos ângulos de observação (i.e., múltiplas câmeras posicionadas em diferentes ângulos) são utilizados

para registrar imagens em foco a partir de perspectivas diferentes, de forma a permitir que a distribuição volumétrica das partículas na região de medição seja reconstruída posteriormente (Elsinga et al., 2006). Uma vez reconstruído, o volume é então analisado através de algoritmos de correlação cruzada tri-dimensional, que estimam o deslocamento de um grupo de partículas dentro de *volumes de interrogação* (em analogia às janelas de interrogação utilizadas no cálculo de correlação para o *PIV* planar) entre dois instantes de tempo conhecidos espaçados de  $\Delta t$ .

Este procedimento de análise gera então as três componentes do deslocamento de para cada volume de interrogação, e é simplesmente a generalização – na forma tridimensional – da abordagem de análise utilizada no *PIV* planar. Inclusive, métodos mais sofisticados de interrogação, como os apresentados na seção 7.7.2, podem ser empregados também aqui, em versão tri-dimensional. Um desenho esquemático de uma configuração de *PIV* tomográfico empregada em medições de camada limite turbulenta (Atkinson et al., 2011) é apresentado na figura 39(a).



Figura 39. (a) Desenho esquemático da configuração de *PIV* tomográfico utilizada em medições de camada limite turbulenta ( $Re_{\theta} = 8.000$ ) em um túnel de vento no trabalho de Atkinson et al. (2011); (b) Alguns resultados deste experimento. Acima: campo volumétrico de velocidade instantânea, abaixo: faixas de baixa velocidade (amarelo) cercadas por vórtices (azul).

A reconstrução do volume a partir das imagens registradas pelas câmeras digitais requer o conhecimento da *função de mapeamento* entre os diferentes planos de imagem e o espaço físico, o que é feito através de um procedimento de calibração similar ao do *PIV* estereoscópico, mas com a função de mapeamento sendo definida em um domínio volumétrico. A figura 40 mostra a representação esquemática da reconstrução tomográfica. As localizações das imagens de partículas são reconstruídas a partir dos valores de cinza de todos os pixels dos planos-imagem dos diferentes ângulos de observação, em um processo iterativo que não será discutido em detalhes aqui (ver Elsinga et al., 2006; Atkinson et al., 2011; Adrian & Westerweel, 2011). No esquema da figura 40, por exemplo, as perspectivas das câmera 1 e 2 levam os níveis de cinza dos pixels indicados a valores diferentes, cada um atribuindo, por sua vez, um peso ao *voxel* (elemento de volume primário na região reconstruída) correspondente. A partir da combinação de pesos para todos os voxels, é possível mapear a distribuição de intensidade em todo o volume.



Figura 40. Representação esquemática (vista superior) da reconstrução tomográfica. Os planos-imagem são representados como linhas de elementos de pixel, e o volume de medição é representado por uma matriz de *voxels*. O nível de cinza registrado indica o valor do peso atribuído a cada voxel. Extraído do trabalho de Elsinga et al. (2006).

No experimento representado na figura 39, as medições foram feitas em um túnel de vento, com uma camada limite de espessura  $\delta \approx 0.3$  m. Nestas condições, campos de velocidade instantâneos foram obtidos em um volume de  $920^+ \times 140^+ \times 920^+$  (em unidades de parede adimensionais), e perfis de velocidade média, flutações, assim

como espectros de potência, foram analisados. A figura 39(b) mostra alguns resultados. Acima, um campo volumétrico de velocidade instantânea; abaixo, faixas de baixa velocidade e vórtices que puderam ser detectados com o pós-processamento dos dados.

Entre as dificuldades de se utilizar a versão tomográfica da técnica *PIV* está a necessidade de um grande número de câmeras e de múltiplos pontos de acesso ótico. Em compensação, campos 3D-3C instantâneos com boa resolução espacial (no caso do trabalho apresentado na figura 39, o volume de medição era constituído de  $1200 \times 180 \times 1200$  voxels) estão disponíveis em regiões volumétricas de interesse do escoamento, a uma taxa de aquisição que, em princípio, só é limitada pela taxa de repetição do laser e pela taxa de aquisição das câmeras. Se sistemas de alta frequência forem utilizados, pode-se atingir medições "*PIV*-4D", sendo a quarta dimensão o tempo. Esta enorme quantidade de dados pode ser utilizada para calcular quantidades estatísticas, espectros, e quantidades diferenciais. Pode-se também, dependendo da resolução espacial atingida, avaliar com boa exatidão todos os componentes dos tensores envolvidos na equação (5).

## 7.8.3 PIV holográfico

Outra maneira de se obter resultados 3D-3C é através da utilização do método denominado *PIV holográfico*. Antes de inserir o conceito de holografia no contexto de medições *PIV*, cabe aqui explicar seu princípio fundamental, assim como as duas etapas envolvidas no processo holográfico.

O princípio da holografia se baseia no fato de que quando a luz espalhada por um objeto está presente simultaneamente com uma *onda de referência* coerente (sendo a iluminação do objeto proveniente da mesma fonte da onda de referência), elas interferem, e o *padrão de interferência* resultante carrega informações a respeito da amplitude e da fase da luz espalhada pelo objeto. O registro deste padrão de interferência – o *holograma* – pode então gerar, através de um processo de reconstrução holográfica, uma imagem tri-dimensional do objeto original.

Assim, o processo de formação de imagem em holografia é constituído de duas etapas: *registro* e *reconstrução* do holograma. Estas etapas estão ilustradas na figura 41, na qual a configuração mais simples é apresentada: a denominada *holografia em linha* (em inglês, "in-line holography").



Figura 41. Configuração holográfica *em linha*. Acima: *registro* do holograma; abaixo: *reconstrução* do holograma.

Nesta configuração, a onda (de luz) que é usada para iluminar o objeto – no caso da figura uma nuvem de partículas – também serve como onda de referência. Isto é possível quando o objeto é praticamente transparente (como uma nuvem de partículas muito pequenas no ar). A luz espalhada pelo objeto e a onda diretamente transmitida então interferem, e o padrão de franjas de interferência é registrado na placa holográfica. Após revelação química da placa, a distribuição de intensidade registrada na primeira etapa se traduz em uma distribuição de transmissividade, e ela se torna uma *rede de difração*. Na etapa de reconstrução, se uma *onda de reconstrução* com as mesmas caracteríticas da onda de referência *R* usada na etapa de registro incide sobre a placa holográfica revelada, são formadas duas imagens do objeto original, uma *real* e uma *virtual*.

Com o avanço da tecnologia dos sensores digitais e o aumento considerável de sua resolução espacial, passou a ser possível registrar um *holograma digital* com as franjas de interferência bem resolvidas espacialmente (a resolução das placas holográficas continua, no entanto, sendo bastante maior). Um exemplo de holograma digital é mostrado na figura 42, mais à esquerda (no caso da figura, na verdade, apenas uma seção recortada de um holograma é mostrada, para melhor ilustração).

Assim, no caso da holografia digital, a placa holográfica é substituída por um sensor digital (uma câmera sem lente, pois a idéia não é registrar uma imagem em

foco, e sim a distribuição de intensidade do padrão de intereferência incidente). A segunda etapa – a reconstrução – é então feita numericamente, com a simulação da propagação da onda de reconstrução R através da *equação integral de difração de Rayleigh-Sommerfeld*. Todos os detalhes sobre o processo de formação holográfica de imagem e as equações usadas para reconstrução numérica se encontram no livro de Goodman (1968).

Com a reconstrução númerica, é possível reconstituir a imagem do objeto através da varredura de diversos planos ao longo da direção do eixo ótico (profundidade). No exemplo da figura 42, a reconstrução em três planos diferentes ao longo da profundidade é representada, para um grupo de três partículas. Na figura, apenas três planos de reconstrução são mostrados, mas na prática um volume com um número grande de partículas pode ser inteiramente reconstituído, pois é possível reconstruir numericamente, através da equação, tantos planos quanto se queira, com espaçamento entre planos tão pequeno quanto se queira. Nota-se, na figura, que cada partícula entra em "foco" em um plano diferente. Utilizando um critério para detectar a melhor posição de foco numérico das partículas, pode-se obter as coordenadas tridimensionais de cada uma delas no volume reconstruído.



Figura 42. Reconstrução numérica de um holograma digital em três diferentes planos.

Desde que a holografia digital se tornou viável do ponto de vista da resolução espacial dos sensores, o interesse na técnica de *PIV* holográfico, já bastante explorada antes na versão não-digital, se renovou. Em medições com *PIV* holográfico, dois hologramas carregando informações sobre uma campo volumétrico de partículas no escoamento são registrados com um intervalo de tempo  $\Delta t$  conhecido entre si. Os dois hologramas são então reconstruídos numericamente, gerando dois volumes de partículas com posições conhecidas. A partir daí, dependendo da densidade de partículas, pode-se aplicar algoritmos de correlação cruzada 3D ou de acompanhamento individual de partículas (*PTV*). Esquemas híbridos também podem ser utilizados.

No trabalho de Sheng et al. (2008) podemos encontrar um bom exemplo de aplicação da técnica em escoamentos turbulentos. Neste trabalho, o escoamento em um canal de seção quadrada foi estudado com uma configuração de *PIV* holográfico em linha. Uma objetiva de microscópio foi utilizada para magnificar os hologramas, melhorando assim a resolução espacial das franjas de interferência e levando a uma incerteza menor na estimação das posições tri-dimensionais das partículas. A figura 43 mostra um campo de velocidade resultante deste experimento, com 1.200 vetores em um pequeno volume de medição de apenas 1.5 mm<sup>3</sup> adjacente a uma das paredes do canal. Distribuições espaciais instantâneas de tensão cisalhante também puderam ser obtidas a partir dos dados de velocidade.



Figura 43. Resultados do trabalho de Sheng et al. (2008), no qual medições com a técnica de *PIV* holográfico foram feitas em um escoamento de água em canal de seção reta quadrada. (a) Distribuição de velocidade instantânea 3D; (b) projeção no plano y - z (normal à direção do escoamento). A seção reta do que parece ser um vórtice longitudinal pode ser observada.

Existem diferentes configurações holográficas que podem ser empregadas, dependendo dos objetivos e condições do experimento visado. No trabalho de Abrantes et al. (2011), por exemplo, uma configuração específica para medições em pequenos volumes em um grande túnel de vento foi desenvolvida, na qual o feixe era separado (um feixe para iluminar o objeto e outro para servir de referência) e o volume de partículas era iluminado lateralmente dentro do túnel. Estas mudanças se mostraram necessárias por causa de desafios adicionais impostos, entre outras coisas, pelas grandes dimensões do túnel, que impossibiltam a aplicação da configuração holográfica em linha, a mais simples do ponto de vista prático.

O potencial de aplicação desta técnica é bastante grande, especialmente tendo em vista o contínuo avanço na tecnologia de sensores. Uma só câmera é necessária, mas por outro lado a fonte laser deve ter comprimento de coerência suficiente para promover a interferência entre as ondas de luz. Com sistemas de laser de alta frequência que possam fornecer a coerência necessária, também é possível estender a técnica para medições 4-D, i.e., tri-dimensionais e de alta resolução temporal. Uma excelente revisão sobre aplicação da holografia na mecânica dos fluidos pode ser encontrada em (Katz e Sheng, 2010).

# 7.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta revisão teve como objetivo apresentar ao pesquisador que se inicia em experimentos envolvendo a medição de campos completos de velocidade os pontos mais relevantes sobre a técnica *PIV*. Esperamos que com a ajuda das informações aqui apresentadas ele possa tomar decisões mais bem fundamentadas sobre a escolha do sistema que mais se adapte ao experimento de seu interesse. Como toda revisão deste tipo, a principal contribuição está nas referências que aprofundam os assuntos que foram mencionados.

Recomendamos para aqueles que têm acesso a um sistema *PIV* que realizem experimentos preliminares testando os diversos parâmetros que controlam o desempenho da técnica, desde a iluminação, passando pelas partículas e, principalmente, testando as múltiplas alternativas para o pré e pós-processamento das imagens. Esta é a maneira mais eficaz de se obter um sentimento para a importância relativa que cada variável da técnica tem para o determinado experimento em estudo. Este investimento inicial de tempo certamente será recompensado durante a etapa de condução dos experimentos definitivos.

Como em qualquer técnica de medição, não há um sistema geral que atenda às necessidades específicas de cada aplicação. É, portanto, tarefa do pesquisador explorar as possibilidades da técnica e selecionar a que lhe for mais conveniente.

O pesquisador deve estar atento também à evolução constante e acelerada que sempre caracterizou o desenvolvimento da técnica *PIV* desde sua introdução em meados da década de 80. Especial atenção deve ser voltada para a evolução das câmeras digitais no que diz respeito ao aumento da resolução espacial e da taxa de aquisição de imagens. A consolidação das técnicas volumétricas (3D-3C), como a tomográfica e a holográfica, como ferramentas confiáveis de pesquisa abre novas perspectivas para o estudo da mecânica dos fluidos, e da turbulência em particular. Já estão disponíveis câmeras com sensores capazes de realizar medidas tri-dimensionais usando um único sensor. Se hoje ainda oferecem resolução espacial limitada, quando comparadas aos arranjos com múltiplas câmeras, espera-se que esta limitação seja removida em breve, o que produzirá sistemas 3D-3C muito mais simples e com custo
reduzido. O barateamento das fontes de luz pulsadas de alta frequência também é um fator que deverá causar grande impacto na medição de escoamentos possibilitando a utilização de PIV com múltiplos pulsos de luz que, além de mais robusto, possibilitará a medição do termo de aceleração do escoamento.

Diante dos avanços nos equipamentos e nas técnicas de processamento, esperase, para um futuro não muito distante, que a técnica PIV torne-se a principal ferramenta de pesquisa em turbulência experimental oferecendo resoluções espaciais e temporais compatíveis com a faixa de escalas de interesse para a turbulência.

## 7.10 REFERÊNCIAS

- Abrantes, J. K., Azevedo, L. F. A., 2006, "Fluid Flow Characteristics of a Swirl Jet Impinging on a Flat Plate", 13° Simpósio Internacional em Aplicações de Técnicas a Laser em Mecânica dos Fluidos, Lisboa, Portugal.
- Abrantes, J. K., Stanislas, M., Coudert, S., Azevedo, L. F. A., 2011, "Wall Turbulence Measurements using Side Scattering Holographic Particle Image Velocimetry", 9° Simpósio Internacional em Velocimetria por Imagem de Partículas – PIV11, Tsukuba, Japão.
- Adrian, R. J., 1984, "Scattering Particle Characteristics and their Effect on Pulsed Laser Measurements of Fluid Flow: Speckle Velocimetry vs. Particle Image Velocimetry, Applied Optics 23, 1690-1691.
- Adrian, R. J., Westerweel, J., 2011, "Particle Image Velocimetry", Cambridge University Press, 1<sup>a</sup> edição.
- Atkinson, C., Coudert, S., Foucaut, J. M., Stanislas, M., Soria, J., 2011, "The Accuracy of Tomographic Particle Image Velocimetry for Measurements of a Turbulent Boundary Layer", Experiments in Fluids 50(4), 1031-1056.
- Barker, D. B., Fourney, M. E., 1977, "Measuring Fluid Velocities with Speckle Patterns", Optical Letters 1, 135-137.
- Bastiaans, R. J. M., van der Plas, G. A. J., Keift, R. N., 2002, "The Performance of a New PTV Algorithm Applied in Super-Resolution PIV", Experiments in Fluids 32, 346-356.

- Cowen, E., Monismith, S., 1997, "A Hybrid Digital Particle Tracking Velocimetry Technique", Experiments in Fluids 22, 199–211.
- Dudderar, T. D., Simpkins, P. G., 1977, "Laser Speckle Photography in a Fluid Medium", Nature 270, 45-47.
- Elsinga, G. E., Scarano, F., Wieneke, B., van Oudheusden, B. W., 2006, "Tomographic Particle Image Velocimetry", Experiments in Fluids 41, 933-947.
- Foucaut, J., Stanislas, M., 2002, "Some Considerations on the Accuracy and Frequency Response of some Derivative Filters Applied to Particle Image Velocimetry Fields", Measurement Science and Technology 13, 1058-1071.
- Garcia, D., 2011, "A fast all-in-one method for automated post-processing of PIV data", Experiments in Fluids 50, 1247-1259.
- Goldstein, R. J., 1996, "Fluid Mechanics Measurements", Taylor& Francis, 2ª edição.
- Goodman, J. W., 1968, "Introduction to Fourier Optics", New York: McGraw-Hill.
- Haertig, J., 1976, "Introductory lecture on particle behavior ISL/AGARD Workshop on Laser Anemometry", Instituto SaintLouis, relatório R 117/76.
- Hagsäter, S. M., Westergaard, C. H., Bruus, H., Kutter, J. P., 2008, "Investigations on LED Illumination for Micro-PIV including a Novel Front-lit Configuration", Experiments in Fluids 44, 211–219.
- Hart, D. P., 1999, "Super-Resolution PIV by Recursive Local-Correlation", Journal of Visualization, The Visualization Society of Japan, Vol. 10, 1999.
- Hart, D. P., 2000, "PIV Error Correction", Experiments in Fluids 29, 13-22.
- Haykin, S., Van Veen, 2001, "Sinais e Sistemas", Ed. Bookman.
- Honkanen, M., Nobach, H., 2005, "Background Extraction from Double-Frame PIV Images", Experiments in Fluids 38(3), 348-362.
- Katz, J., Sheng, J., 2010, "Applications of Holography in Fluid Mechanics and Particle Dynamics", Annual Review of Fluid Mechanics 42, 531-555.

- Liang, D. F., Jiang, C. B., Li, Y. L., 2003, "Cellular Neural Network to Detect Spurious Vectors in PIV Data", Experiments in Fluids 34, 52-62.
- Lindken, R., Merzkirch, W., 2002, "A Novel PIV Technique for Measurements in Multi-phase Flows and its Application to Two-Phase Bubbly Flows", Experiments in Fluids 33, 814-825.
- Liu, Z., Jia, L., Zheng, Y., Zhang, Q., 2008, "Flow-adaptive Data Validation Scheme in PIV", Chemical Engineering Science 63, 1–11.
- Melling, A., 1997, "Tracer Particles and Seeding for Particle Image Velocimetry", Measurement Science and Technology 8, 1406–1416.
- Novara, M., Scarano, F., 2012, "Lagrangian Acceleration Evaluation for Tomographic PIV: a Particle-Tracking Based Approach", 16° Simpósio Internacional em Aplicações de Técnicas a Laser em Mecânica dos Fluidos, Lisboa, Portugal.
- Pereira, P. P., 2009, "Estudo Experimental da Redução de Atrito em Escoamentos em Dutos por Adição de Polímero", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio.
- Prasad, A. K., 2000, "Stereoscopic Particle Image Velocimetry", Experiments in Fluids 29, 103-116.
- Pun, C. S., Susanto, A., Dabir, i D., 2007, "Mode-Ratio Bootstrapping Method for PIV Outlier Correction", Measurement Science and Technology 18, 3511–3522.
- Raffel, M., Willert, C., Wereley, S., Kompenhans, J., 2007, "Particle Image Velocimetry: a practical guide", Springer, 2<sup>a</sup> edição.
- Santiago, J. G., Wereley, S. T., Meinhart, C. D., Beebe, D. J., Adrian, R. J., 1998, "A Particle Image Velocimetry System for Microfluidics", Experiments in Fluids 25, 316-319.
- Scarano, F., 2002, "Iterative Image Deformation Methods in PIV", Measurement Science and Technology 13, R1-R19.
- Seol, D. G., Socolofsky, S. A., 2008, "Vector Post-Processing Algorithm for Phase Discrimination of Two-Phase PIV", Experiments in Fluids, 45(2), 223-239.

- Shavit, U., Lowe, R. J., Steinbuck, J. V., 2007, "Intensity Capping: a Simple Method to improve Cross-Correlation PIV Results", Experiments in Fluids 42, 225-240.
- Heng, J., Malkiel, E., Katz, J., 2008, "Using Digital Holographic Microscopy for Simultaneous Measurements of 3D Near Wall Velocity and Wall Shear Stress in a Turbulent Boundary Layer", Experiments in Fluids 45, 1023-1035.
- Shinneeb, A. M., Bugg, J. D., Balachandar, R., 2004, "Variable Threshold Outlier Identification in PIV Data", Measurement Science and Technology 15(9), 1722-1730.
- Stanislas, M., Okamoto, K., Kähler, C. J., Westerweel, J., Scarano, F., 2008, "Main Results of the Third International PIV Challenge", Experiments in Fluids 45, 27-71.
- Theunissen, R., Scarano, F., Riethmuller, M. L., 2008, "On Improvement of PIV Image Interrogation near Stationary Interfaces", Experiments in Fluids 45, 557-572.
- Tummers, M. J., Passchier, D. M., 1996, "Spectral Estimation Using a Variable Window and the Slotting Technique with Local Normalization", Measurement Science and Technology 7, 1541-1546.
- Tutkun, M., George, W. K., Foucaut, J. M., Coudert, S., Stanislas, M., Delville, J., 2009, "In situ calibration of hot wire probes in turbulent flows", Experiments in Fluids 46(4), 617-629.
- Wereley, S. T., Meinhart, C. D., 2001, "Second-Order Accurate Particle Image Velocimetry", Experiments in Fluids 31, 258-268.
- Westerweel, J., Scarano, F., 2005, "Universal Outlier Detection for PIV Data", Experiments in Fluids 39, 1096-1100.
- Westerweel, J., 1997, "Fundamentals of Digital Particle Image Velocimetry." Measurement Science and Technology 8, 1379-1392.
- Willert, C., 1996, "The Fully Digital Evaluation of Photographic PIV Recordings", Applied Scientific Research 56(2-3), 79-102.

- Willert, C., "Stereoscopic Digital Particle Image Velocimetry for Application in Wind Tunnel Flows", Measurement Science and Technology 8, 1465-1479.
- Willert, C., Moessner, S., Klinner, J., 2009, "Pulsed Operation of High Power Light Emitting Diodes for Flow Velocimetry", 8° Simpósio Internacional em Velocimetria por Imagem de Partículas – PIV09, Melbourne, Austrália.