

# **RESPOSTA DE SENSORES, CONDICIONAMENTO DE SINAIS E MEDIDAS ELÉTRICAS**

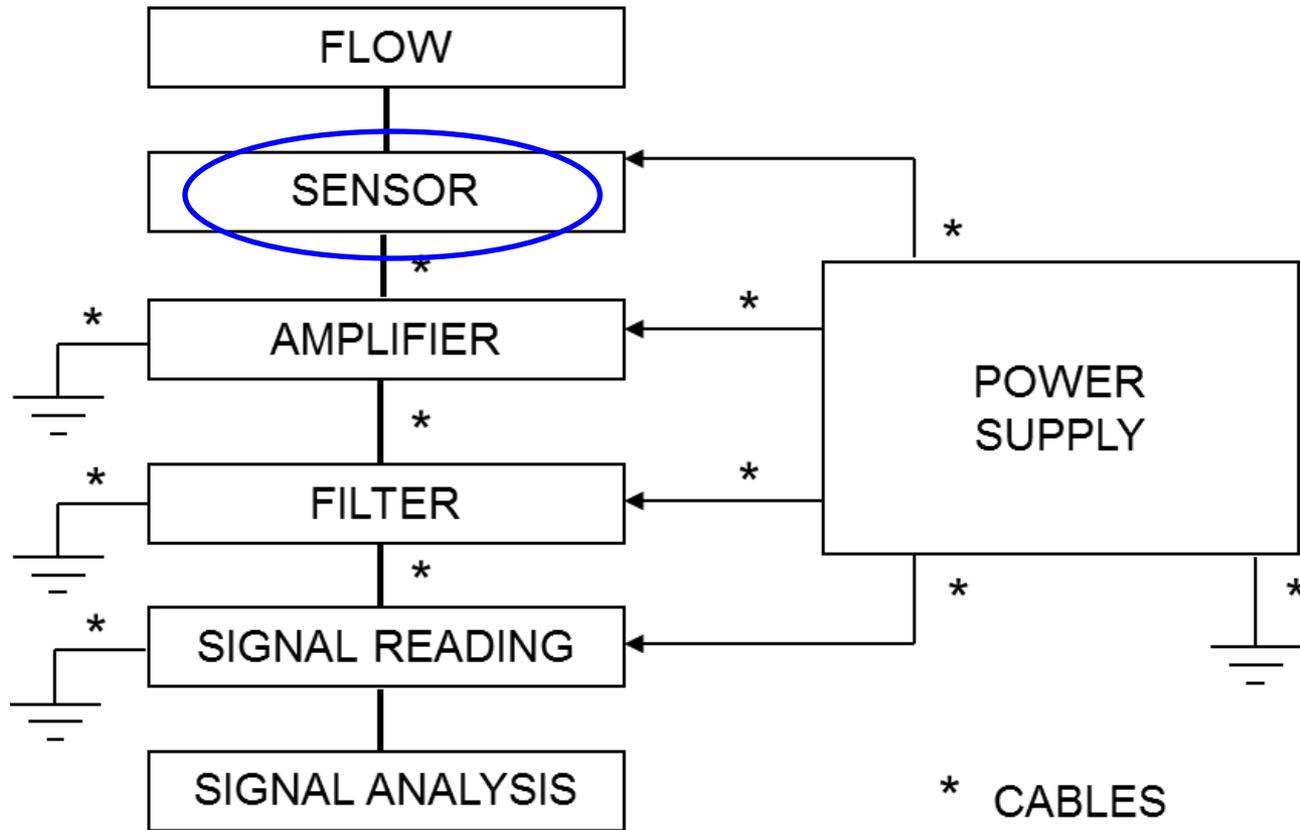
---

**Ruído e interferência:** podem ocorrer em quase todas as aplicações de engenharia onde existe transmissão de informações



## Redução de ruído em experimentos:

- Reduz o tempo total das campanhas de testes (tempo para ajustar os parâmetros e aquisição de dados);
- Reduz o esforço no processamento dos dados;
- Permite investigar fenômenos que envolvem flutuações de baixíssima amplitude. Ex. Transição do escoamento laminar para turbulento, aeroacústica;
- É importante gastar algum tempo antes dos experimentos procurando por fontes de ruído no aparato e escolher sensores que possuam resposta adequada (estática e dinâmica) a grandeza que se deseja medir.



- Para a medição de sinais dinâmicos, é necessário avaliar como o sensor é capaz de responder a variações da grandeza medida;
- Mesmo no caso de medidas estáticas, o tempo de estabilização das leituras dos sensores é importante para as medições.
- A modelagem matemática é usada para se prever o comportamento dinâmico dos sistemas de medição

## SISTEMAS DE ORDEM 0

- Modelo mais básico. Representado pela equação diferencial de ordem 0, do tipo:

$$y = K \cdot f(t)$$

onde  $K$  é a sensibilidade e  $f(t)$  é o sinal de entrada.

- Sistemas de ordem zero são usados para modelar a resposta de sensores a entradas estáticas (calibração estática).

## SISTEMAS DE ORDEM 1

- Sensores com capacidade acumulativa ou dissipativa não são capazes de responder imediatamente a variações na entrada. Este tipo de sistema pode ser modelado usando uma equação diferencial de primeira ordem, da forma:

$$\tau \dot{y} + y = K \cdot f(t)$$

onde  $\tau$  é a constante de tempo do sistema e  $\dot{y}$  é a derivada de  $y$  em relação ao tempo ( $dy/dt$ ).

- Normalmente, para se analisar a resposta de um sistema a uma variação na entrada aplica-se uma função do tipo degrau ou uma função periódica.
- Aplicando-se uma perturbação do tipo degrau, do tipo  $f(t) = A$ , para  $t > 0$  e dando uma condição inicial ao sistema  $y(t=0) = y_0$ , temos que:

$$\tau \dot{y} + y = KA \Rightarrow \dot{y} + \frac{y}{\tau} = \frac{KA}{\tau}$$

Equação linear de 1ª ordem. Permite solução por fatores integrantes

## SISTEMAS DE ORDEM 1

$$\tau \dot{y} + y = KA \Rightarrow \dot{y} + \frac{y}{\tau} = \frac{KA}{\tau}$$

Equação linear de 1ª ordem. Permite solução por fatores integrantes.

Para permitir a integração da equação, o fator  $\mu(t)$  deve satisfazer a condição:

$$\mu(t) \frac{dy}{dt} + \mu(t)h(t)y = \frac{d}{dt} [\mu(t)y]$$

- Na eq. acima  $h(t) = 1/\tau$
- Resolvendo a equação tem-se  $\mu(t) = e^{t/\tau}$ .
- Substituindo na eq. do sistema:

$$e^{t/\tau} y = \int \frac{KAe^{t/\tau}}{\tau} dt + C \Rightarrow y = KA + Ce^{-t/\tau}$$

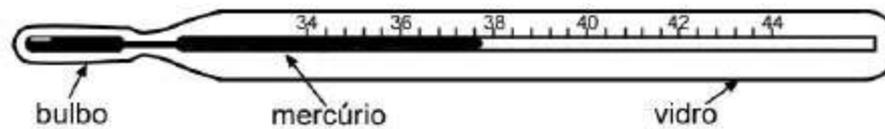
Aplicando-se a condição inicial  $y(t=0) = y_0$ :  $C = y_0 - KA$

- Logo:

$$y = KA + (y_0 - KA)e^{-t/\tau}$$

## SISTEMAS DE ORDEM 1

- Ex.: Termômetro de bulbo



## SISTEMAS DE ORDEM 1

- Ex.: Termômetro de bulbo

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q}$$

- Armazenamento de energia com a variação de temperatura do bulbo:

$$\frac{dE}{dt} = mc_v \frac{dT}{dt}$$

- Troca de energia com o ambiente:

$$\dot{Q} = hA_B \Delta T = hA_B (T_\infty - T)$$

- De acordo com a 1ª lei da termodinâmica temos:

$$mc_v \frac{dT}{dt} = hA_B (T_\infty - T)$$

- Reorganizando temos:

$$\frac{mc_v}{hA_B} \frac{dT}{dt} + T = T_\infty$$

## SISTEMAS DE ORDEM 1

### - Ex.: Termômetro de bulbo

- Definindo o coeficiente de expansão volumétrica como:  $\alpha = (dV/V)/dT$

- Para o caso do termômetro (cilindro), onde L é a leitura do sensor

- 
$$dV = A_s dL$$

- Substituindo:  $A_s dL/V = dT\alpha$ ;  $dL = \alpha V / A_s dT$

- Integrando-se e assumindo L=0 para T=0, tem-se:

$$L = \frac{m\alpha}{\rho A_s} T, \quad \text{onde} \quad V = \frac{m}{\rho}$$

- Substituindo na eq. do termômetro: 
$$\frac{mc_v \rho A_s}{hA_B m \alpha} \frac{dL}{dt} + \frac{\rho A_s}{m \alpha} L = T_\infty$$

## SISTEMAS DE ORDEM 1

- **Ex.: Termômetro de bulbo**
- Agrupando os coeficientes, podemos reescrever a eq. como:

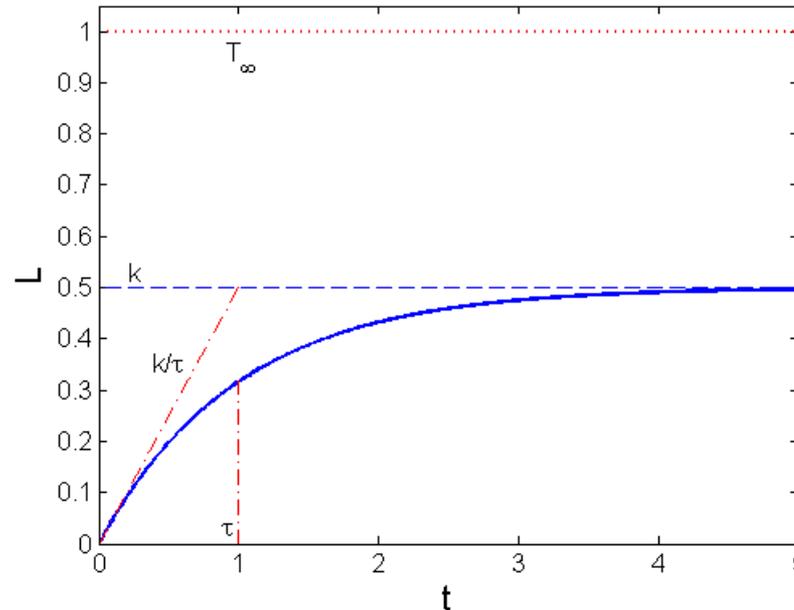
$$\frac{mc_v}{hA_B} \frac{dL}{dt} + L = \frac{m\alpha}{\rho A_S} T_\infty; \text{ ou}$$

$$\tau \frac{dL}{dt} + L = KT_\infty \quad \text{Similar ao modelo geral de 1ª ordem}$$

- Onde:  $\tau = \frac{mc_v}{hA_B} \frac{dT}{dt}; \quad K = \frac{m\alpha}{\rho A_S}$
- Admite a mesma solução geral:  $y = K \cdot A + (y_0 - KA)e^{-t/\tau}$
- No caso do termômetro fica:  $L = K \cdot T_\infty + (L_0 - KT_\infty)e^{-t/\tau}$

## SISTEMAS DE ORDEM 1

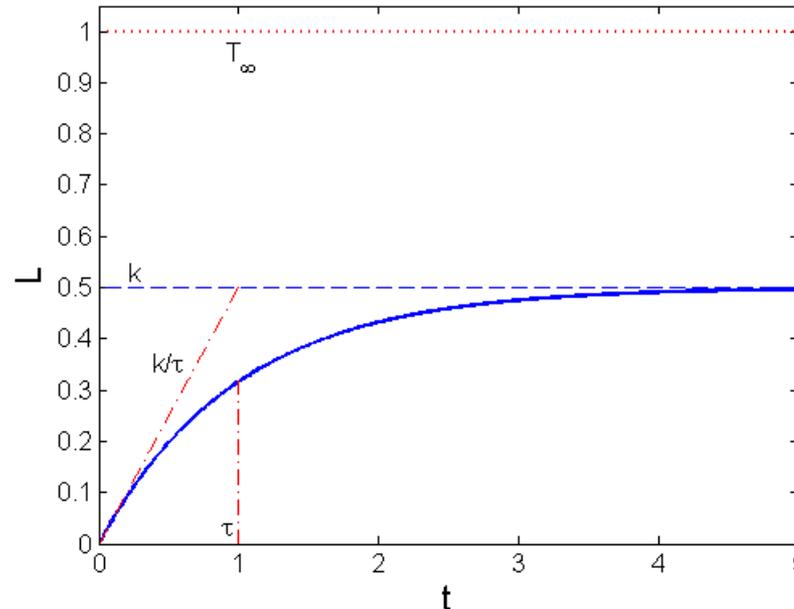
- Ex.: Termômetro de bulbo  $L = K \cdot T_{\infty} + (L_0 - KT_{\infty})e^{-t/\tau}$



- Para tempos longos,  $L$  se aproxima de  $K$ . Portanto,  $K$ , é a sensibilidade do instrumento
- A velocidade com que o termômetro responde à entrada depende da tangente inicial da curva de resposta ( $K/\tau$ ).

## SISTEMAS DE ORDEM 1

- Ex.: Termômetro de bulbo  $L = K \cdot T_{\infty} + (L_0 - KT_{\infty})e^{-t/\tau}$



- Como  $k \propto 1/A_S$ , uma diminuição na área do tubo do termômetro causa um aumento da sua sensibilidade.
- Já  $\tau \propto 1/A_b$ , indicando que uma maior área do bulbo em contato com o meio reduzirá o tempo de resposta do termômetro

## SISTEMAS DE ORDEM 1

Avaliando comportamento a partir de uma perturbação do tipo senoidal.

$$\tau \dot{y} + y = K A \operatorname{sen}(\omega t) \Rightarrow \dot{y} + \frac{y}{\tau} = \frac{K A \operatorname{sen}(\omega t)}{\tau}$$

Equação linear de 1ª ordem. Permite solução por fatores integrantes.

$$\mu(t) \frac{dy}{dt} + \mu(t) h(t) y = \frac{d}{dt} [\mu(t) y]$$

- Na eq. acima  $h(t) = 1/\tau$ . Resolvendo a equação tem-se  $\mu(t) = e^{t/\tau}$ .
- Substituindo na eq. do sistema:

$$e^{t/\tau} y = \int \frac{K A \operatorname{sen}(\omega t) e^{t/\tau}}{\tau} dt + C \Rightarrow y = \frac{K A}{\tau e^{t/\tau}} \int \operatorname{sen}(\omega t) e^{t/\tau} dt + C e^{-t/\tau}$$

## SISTEMAS DE ORDEM 1

- Usando a integração por partes:

$$I = uv - \int v du$$

- Onde:

$$u = \text{sen}(\omega t); \quad dv = e^{t/\tau} dt$$

$$du = \omega \cos(\omega t); \quad v = \tau e^{t/\tau}$$

- Obtêm-se na 1ª iteração:

-

$$I = \tau \text{sen}(\omega t) e^{t/\tau} - \int \tau \omega \cos(\omega t) e^{t/\tau} dt$$

- Na 2ª iteração:

$$J = \tau^2 \omega \cos(\omega t) e^{t/\tau} + \tau^2 \omega^2 \int \text{sen}(\omega t) e^{t/\tau} dt = \tau^2 \omega \text{sen}(\omega t) e^{t/\tau} + \tau^2 \omega^2 I$$

- Assim:

$$I(1 + \tau^2 \omega^2) = \tau \text{sen}(\omega t) e^{t/\tau} - \tau^2 \omega \cos(\omega t) e^{t/\tau}$$

## SISTEMAS DE ORDEM 1

- Substituindo I na equação da perturbação:

- $$y = \frac{KA}{1 + \tau^2 \omega^2} [\text{sen}(\omega t) - \tau \omega \cos(\omega t)] + Ce^{-t/\tau}$$

- Rearranjando usando a relação:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} [\text{sen}(\omega t) - \tau \omega \cos(\omega t)] = \text{sen}(\omega t - \tan^{-1}(\omega \tau))$$

- E substituindo na equação da perturbação, temos:

$$y = \frac{KA}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} [\text{sen}(\omega t - \tan^{-1}(\tau \omega))] + Ce^{-t/\tau}$$

- O 1º termo do lado direito da equação se refere a solução periódica em regime permanente.
- Já o termo que contém a constante C depende das condições iniciais do problema. Esse termo se refere a parte transiente da solução

## SISTEMAS DE ORDEM 1

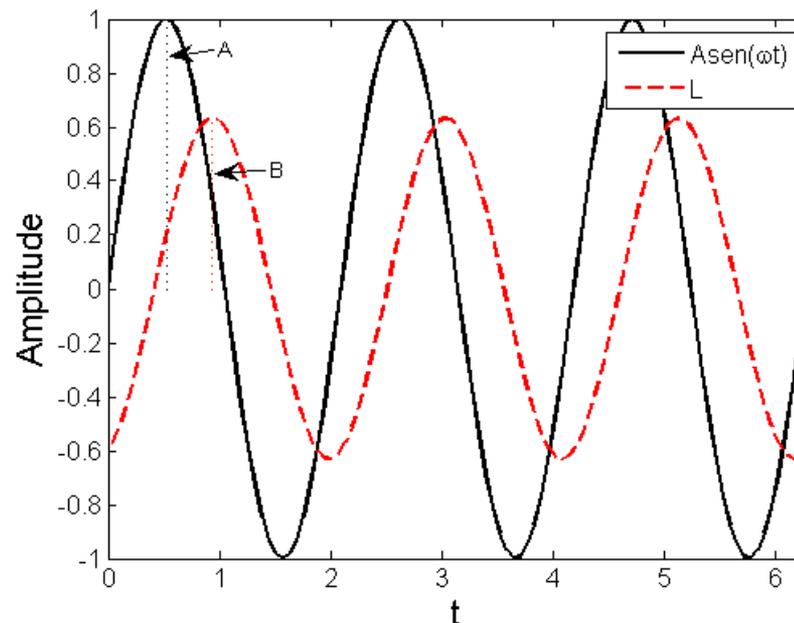
- Para facilitar a análise vamos analisar o sistema em regime permanente e reescrever a eq. em função de um termo de amplitude e outro de fase:

$$y = B(\tau\omega)[\text{sen}(\omega t + \phi(\omega\tau))]$$

- Onde:

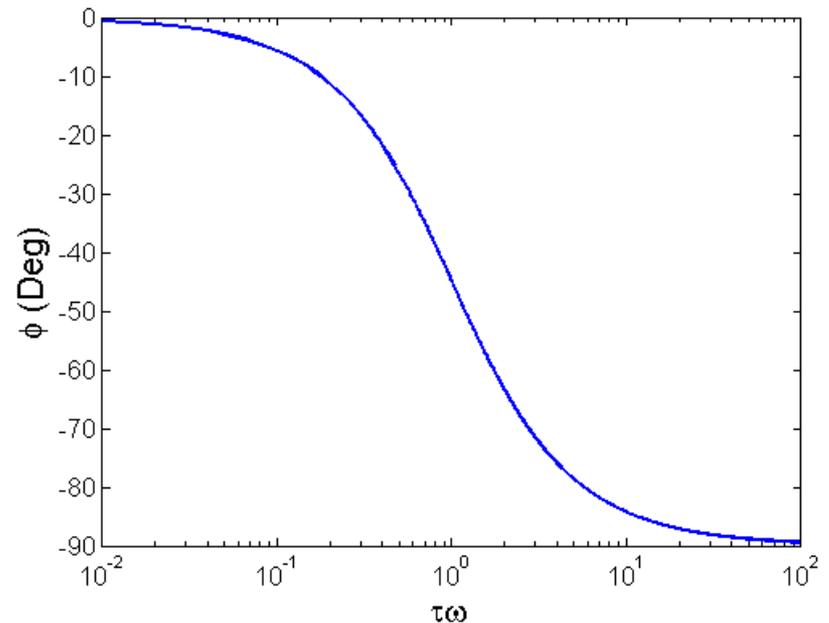
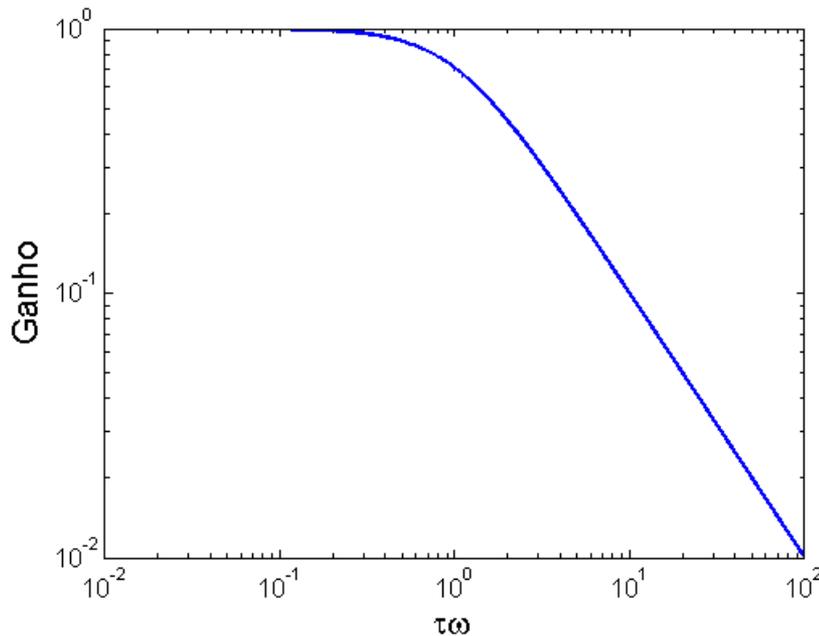
$$B(\tau\omega) = \frac{KA}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}} \quad \phi(\tau\omega) = -\tan^{-1}(\tau\omega)$$

- Analisando a leitura do instrumento em relação a perturbação periódica



## SISTEMAS DE ORDEM 1

- Analisando a variação do ganho  $G=B/KA$  e o atraso de fase com a frequência



- Um instrumento ideal deveria ter  $Ganho=1$  e atraso de fase nulo. Isso só ocorre para baixas frequências. Logo, o instrumento só é adequado para utilização em frequências onde a resposta é próxima da ideal ( $Ganho > -3\text{dB}$  ou 0.707 vezes o valor original)

## SISTEMAS DE ORDEM 2

- Sensores com capacidade acumulativa/dissipativa e inércia também não são capazes de responder imediatamente a variações na entrada. Este tipo de sistema pode ser modelado usando uma equação diferencial de 2ª. ordem, da forma:

$$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = f(t)$$

onde os coeficientes  $a_0, a_1, a_2$  são parâmetros físicos usados para descrever o sistema. Para facilitar o entendimento do problema, a eq. é reescrita na forma:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \ddot{y} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \dot{y} + y = K \cdot f(t)$$

Onde:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} ; \text{frequência natural do sistema}$$

$$\zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} ; \text{razão de amortecimento do sistema}$$

## SISTEMAS DE ORDEM 2

- A solução da EDO não homogênea é dada pelo princípio da superposição → solução da EDO homogênea + solução particular

$$y(t) = y_H(t) + y_P(t)$$

- A solução da EDO homogênea fica:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \ddot{y} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \dot{y} + y = 0$$

- A eq. possui coeficientes constantes. Assim a eq. característica fica:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \lambda^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} \lambda + 1 = 0$$

- A solução dessa eq. fica:  $\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$

- Dependendo do valor de  $\zeta$ , três formas de solução são possíveis:

## SISTEMAS DE ORDEM 2

- Dependendo do valor de  $\zeta$ , três formas de solução são possíveis:

- $\rho / \zeta > 1$  (sistema superamortecido):

$$y_H(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

- $\rho / \zeta = 1$  (sistema criticamente amortecido)

-

$$y_H(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 t e^{\lambda_1 t}$$

- $\rho / 0 < \zeta < 1$  (sistema subamortecido). Nesse caso as raízes contém parte real e imaginária  $\lambda = \lambda_{\text{real}} + i\lambda_{\text{imag}}$ , e a solução geral é da forma:

$$y_H(t) = C_1 e^{\lambda_{\text{real}} t} \cos(\lambda_{\text{imag}} t) + C_2 e^{\lambda_{\text{real}} t} \text{sen}(\lambda_{\text{imag}} t)$$

## SISTEMAS DE ORDEM 2

- Resolvendo p/ o caso  $0 < \zeta < 1$  (sistema subamortecido):

- Solução particular:  $y_p(t) = KA$ ;  $\dot{y}_p(t) = 0$ ;  $\ddot{y}_p(t) = 0$ ;

- Logo  $y(t)$  fica (particular +homogênea):

$$y(t) = KA + C_1 e^{\lambda_{real} t} \cos(\lambda_{imag} t) + C_2 e^{\lambda_{real} t} \text{sen}(\lambda_{imag} t)$$

- Assumindo as seguintes condições iniciais

$$(1) y(t=0) = 0; \quad (2) \dot{y}(t=0) = 0;$$

- Substituindo (1) na eq. de  $y(t)$

$$0 = KA + C_1 e^{\lambda_{real} 0} \cos(\lambda_{imag} 0) + C_2 e^{\lambda_{real} 0} \text{sen}(\lambda_{imag} 0)$$

$$C_1 = -KA$$

- Substituindo (2) e  $C_1$

$$C_2 = \frac{KA \lambda_{real}}{\lambda_{imag}}$$

## SISTEMAS DE ORDEM 2

- Resolvendo p/ o caso  $0 < \zeta < 1$  (sistema subamortecido):

- Logo  $y(t)$  fica:

$$y(t) = KA - KAe^{\lambda_{real}t} \cos(\lambda_{imag}t) - \frac{KA\lambda_{real}}{\lambda_{imag}} e^{\lambda_{real}t} \text{sen}(\lambda_{imag}t)$$

-

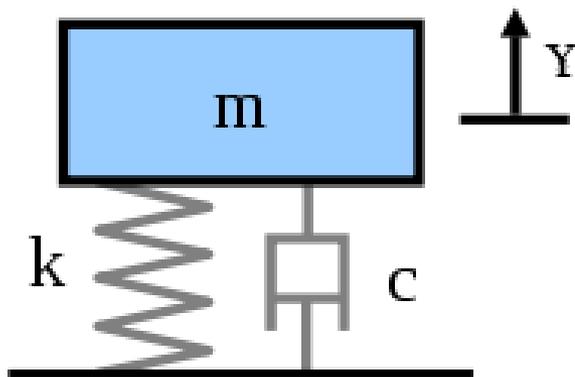
como

$$\lambda_{real} = -\zeta\omega_n; \quad \lambda_{imag} = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$y(t) = KA - KAe^{-\zeta\omega_n t} \left[ \cos(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t) \right]$$

## SISTEMAS DE ORDEM 2

- Ex.: Acelerômetro



- Equação do sistema:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = f(t)$$

- onde

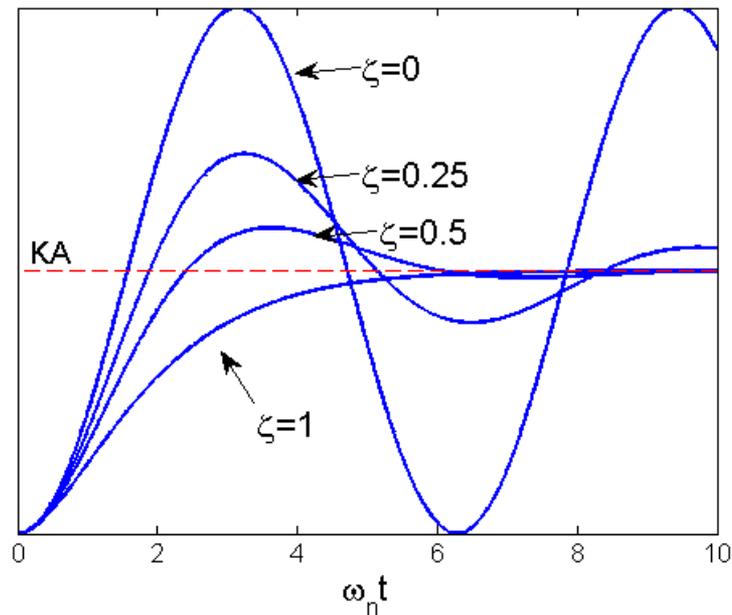
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

**Eq. idêntica ao caso geral!**



## SISTEMAS DE ORDEM 2

- Resposta a perturbação degrau  $0 < \zeta < 1$  (sistema subamortecido):



- à medida que  $\zeta$  diminui a resposta tende a oscilar antes de convergir para o resultado. Quando  $\zeta=0$  não há convergência.
- O período de oscilação é o inverso de  $\lambda_{imag}$ , que é a frequência natural amortecida do instrumento.

## SISTEMAS DE ORDEM 2

Avaliando comportamento a partir de uma perturbação do tipo senoidal.

$$\frac{1}{\omega_n^2} \ddot{y} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \dot{y} + y = K \cdot A \sin(\omega t)$$

Solução é dada pela eq. homogênea + solução particular.

$$y(t) = y_H + y_P$$

- Depois de algum esforço a obtém-se a solução particular da equação na forma:

- $$y_P = \frac{K A \sin \left[ \omega t + \tan^{-1} \left( \frac{-2\zeta \omega / \omega_n}{1 - (\omega / \omega_n)^2} \right) \right]}{\left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[ \frac{2\zeta \omega}{\omega_n} \right]^2 \right\}^{1/2}}$$

## SISTEMAS DE ORDEM 2

- Para facilitar a análise vamos avaliar o sistema em regime permanente e reescrever a eq. em função de um termo de amplitude e outro de fase:

$$y_p = B(\omega)[\text{sen}(\omega t + \phi(\omega))]$$

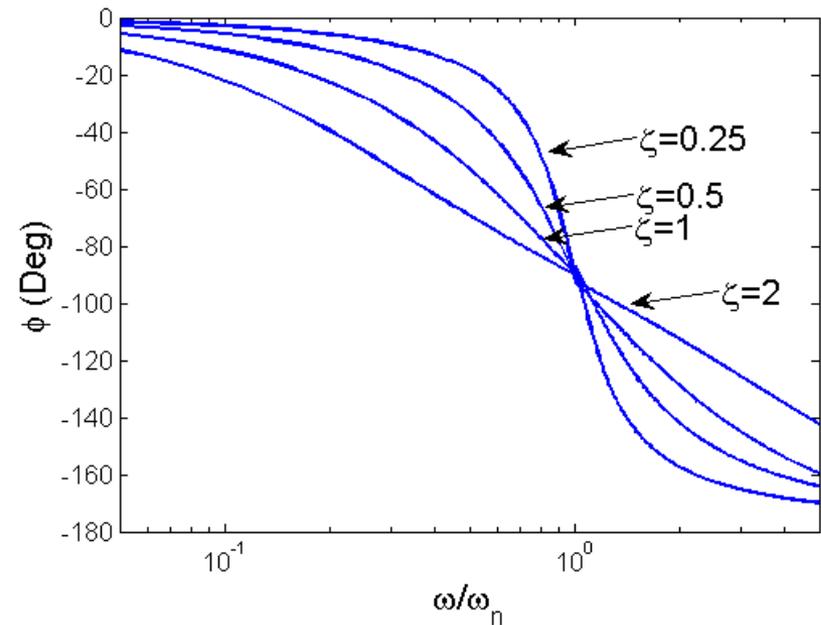
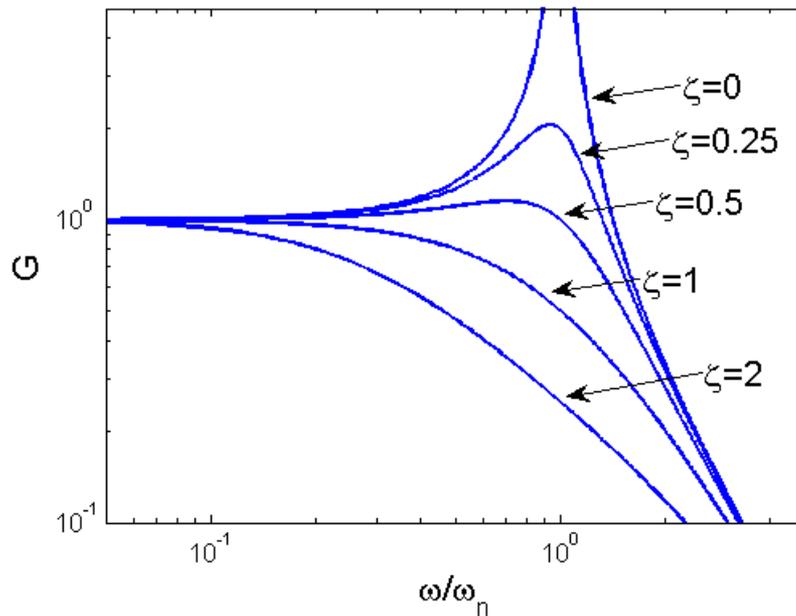
- Onde:

$$B(\omega) = \frac{KA}{\left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[ \frac{2\zeta\omega}{\omega_n} \right]^2 \right\}^{1/2}}$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{-2\zeta\omega / \omega_n}{1 - (\omega / \omega_n)^2} \right)$$

## SISTEMAS DE ORDEM 2

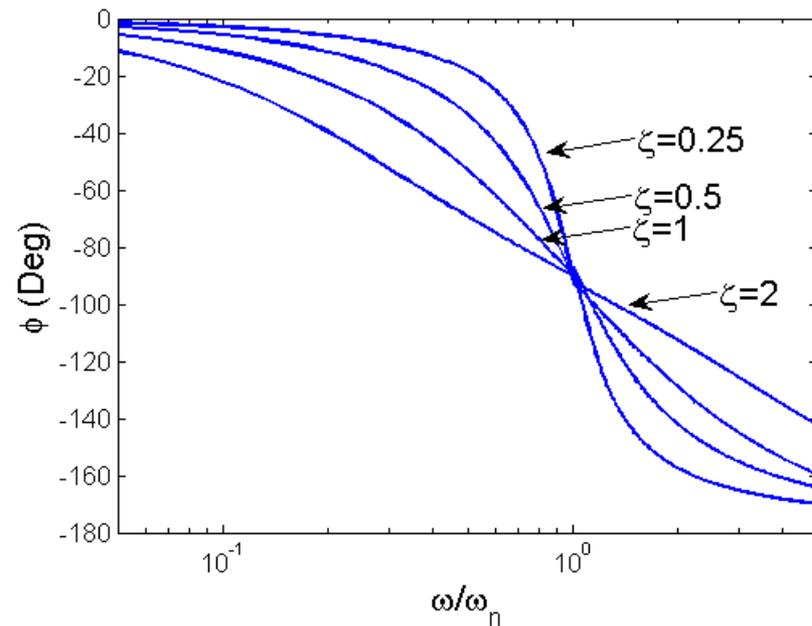
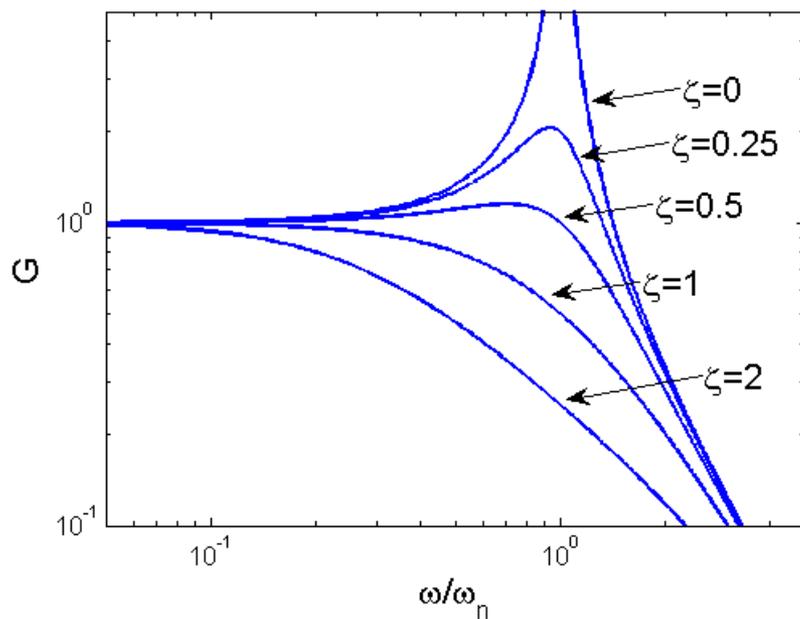
- Analisando a variação do ganho  $G=B/KA$  e o atraso de fase com a frequência



- Somente para frequências de entrada bem baixas ( $\omega \ll \omega_n$ ),  $G \approx 1$  e  $\phi \approx 0$  (instrumento ideal).
- Para frequências muito altas ( $\omega \gg \omega_n$ )  $M$  tende a zero.

## SISTEMAS DE ORDEM 2

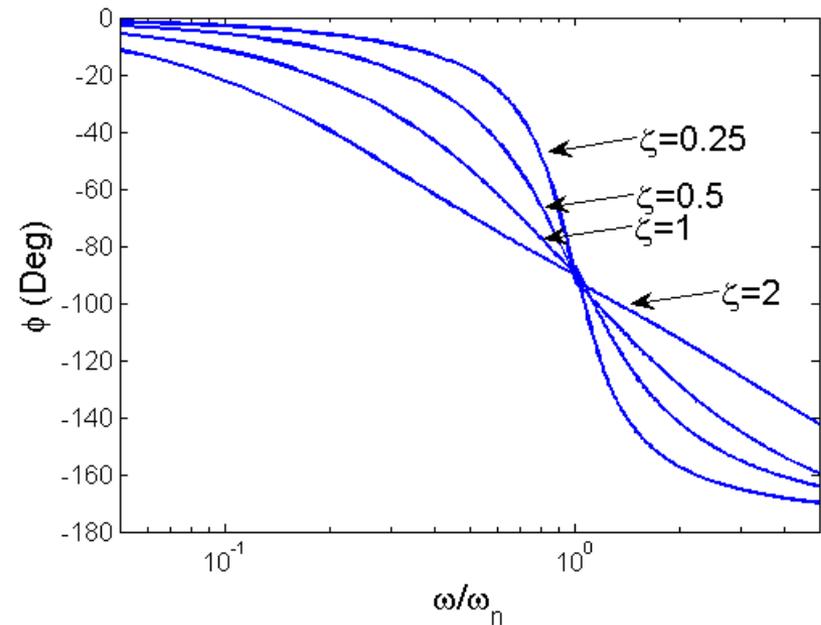
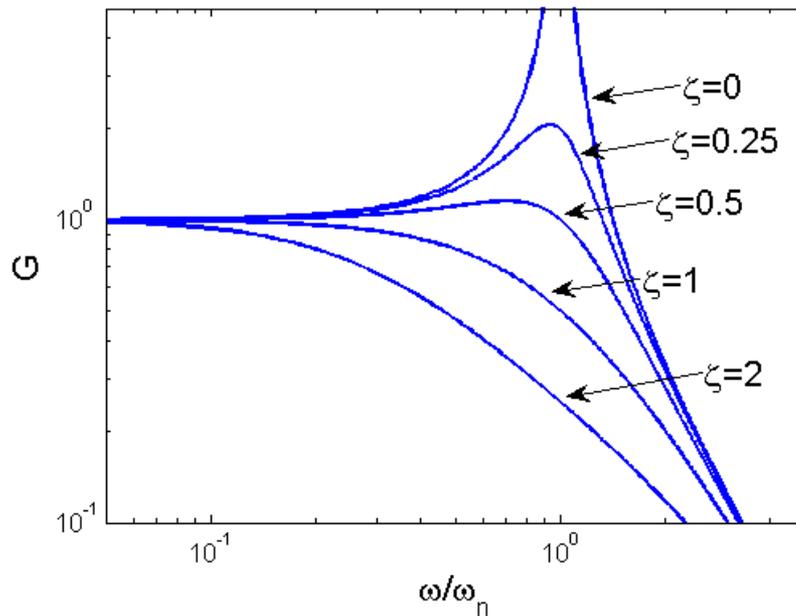
- Analisando a variação do ganho  $G=B/KA$  e o atraso de fase com a frequência



- Para uma resposta adequada o fator de amortecimento deve ficar próximo (um pouco acima) de 0,5. Na figura vê-se que isto fornece uma resposta de amplitude razoavelmente constante na faixa  $0 > \omega > \omega_n$ .

## SISTEMAS DE ORDEM 2

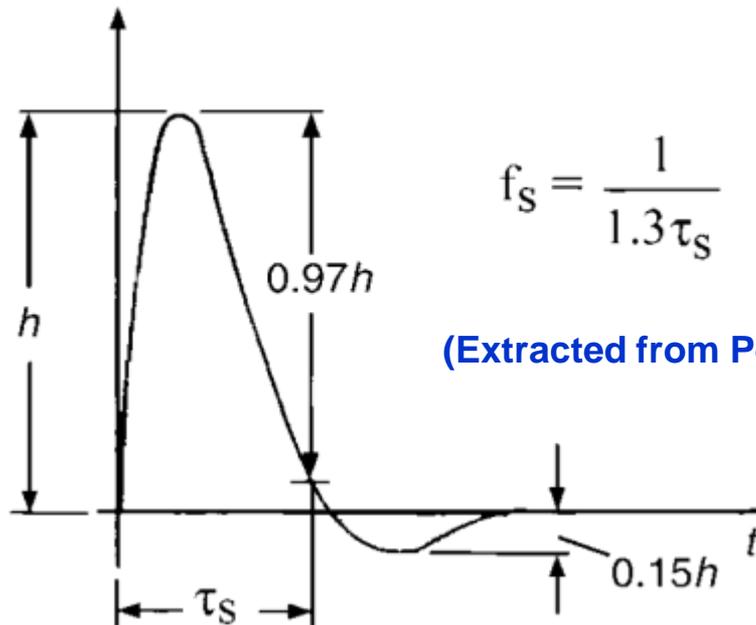
- Analisando a variação do ganho  $G=B/KA$  e o atraso de fase com a frequência



- A frequência natural do instrumento  $\omega_n$  deve ser pelo menos de 5 a 10 vezes maior que a maior componente de frequência do sinal de entrada.

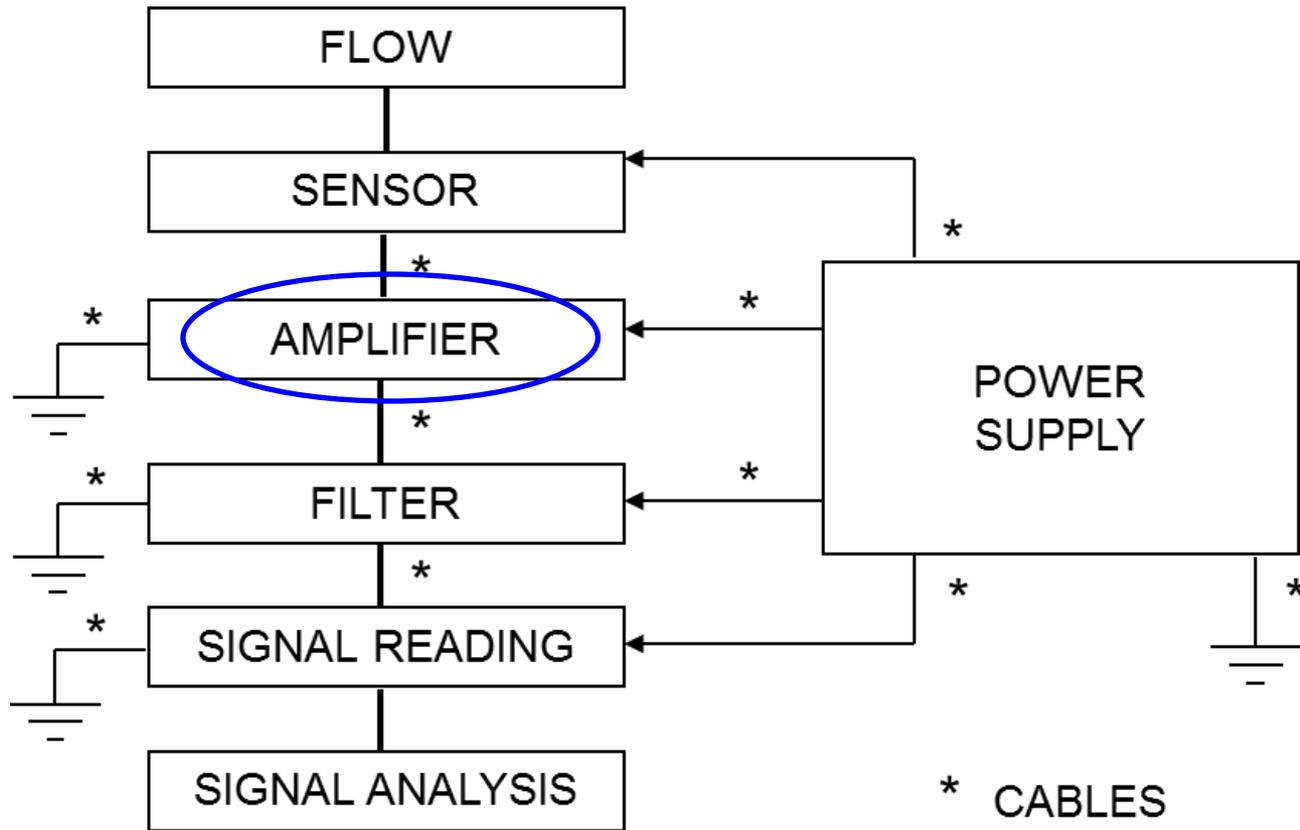
- Em sùmula, no caso de medições dinâmicas devemos estar atentos para a resposta estática e dinâmica dos sensores. Logo, deve ser realizada, além da calibração estática, uma avaliação da resposta dinâmica dos sensores e equipamento para uma correta estimacão da grandeza medida.
- **Exemplo: Anemômetro à fio quente**

Antes da calibração, deve-se fazer o teste da onda quadrada para se verificar a resposta dinâmica do circuito



$$f_s = \frac{1}{1.3\tau_s}$$

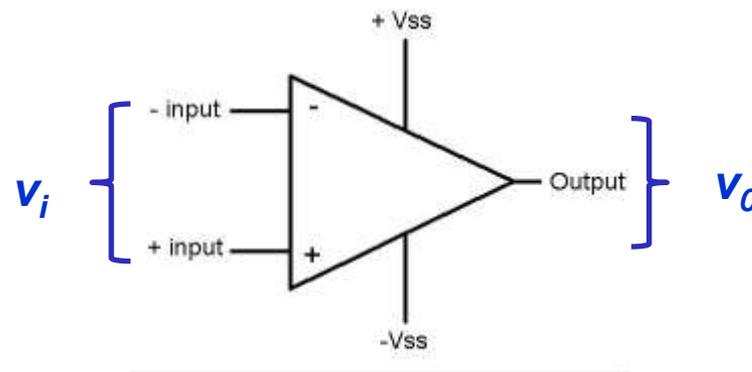
(Extracted from Perry 1982)



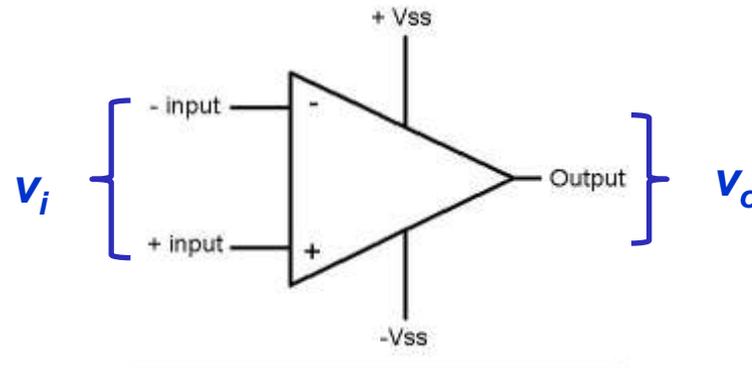
- Usado em diversas aplicações. Ex.: Instrumentação industrial e de laboratório, equipamentos médicos, equipamentos de áudio, etc.
- Diferentes tipos e características



- É um dos componentes mais importantes em um sistema de medição. É usado para aumentar a razão entre o sinal de medição e o ruído.
- Permite que o sinal seja transmitido através de cabos sem que o ruído introduzido por interferências cause dano a informação.
- Símbolo usado para representar um amplificador:



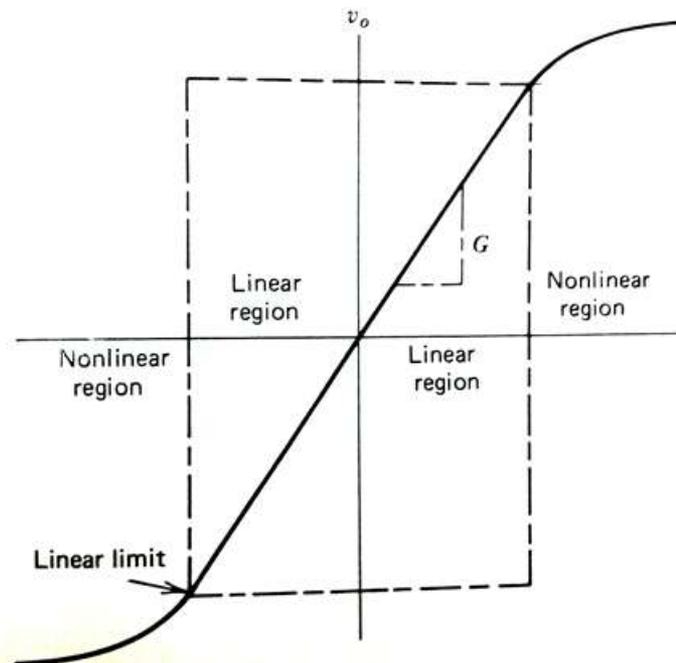
- Símbolo usado para representar um amplificador:



- A razão entre a entrada ( $v_i$ ) e a saída ( $v_o$ ) é o ganho do amplificador;
- Na faixa linear de operação do amplificador essa relação é simplesmente

$$G = \frac{v_o}{v_i}$$

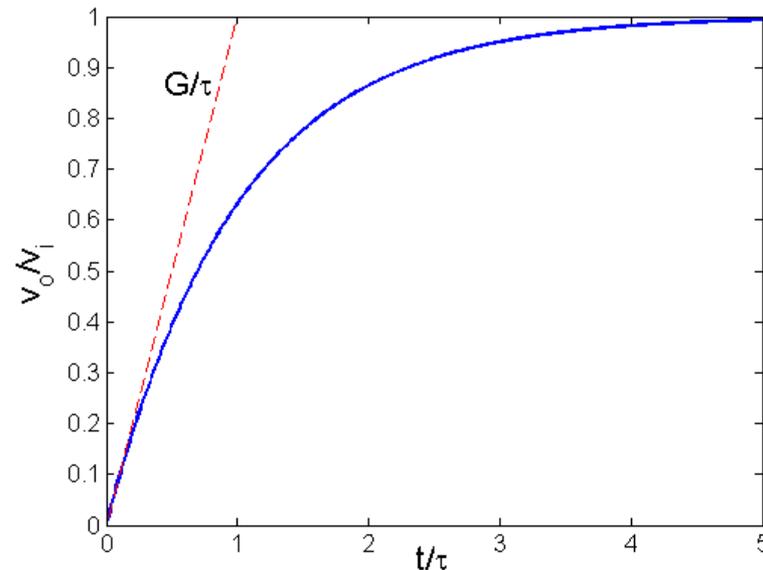
- Fora da faixa linear do amplificador, o sinal de saída apresenta efeitos de saturação.
- Isso geralmente ocorre para valores de  $v_o$  próximos da tensão de alimentação do amplificador. Tal comportamento se deve ao fato de que o amplificador não consegue fornecer valores absolutos de  $v_o$  maiores do que a tensão de alimentação.



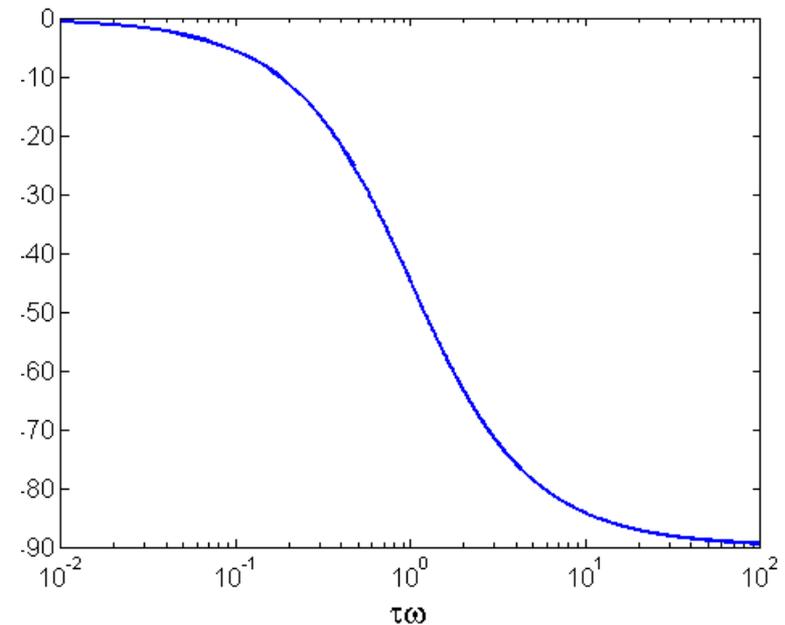
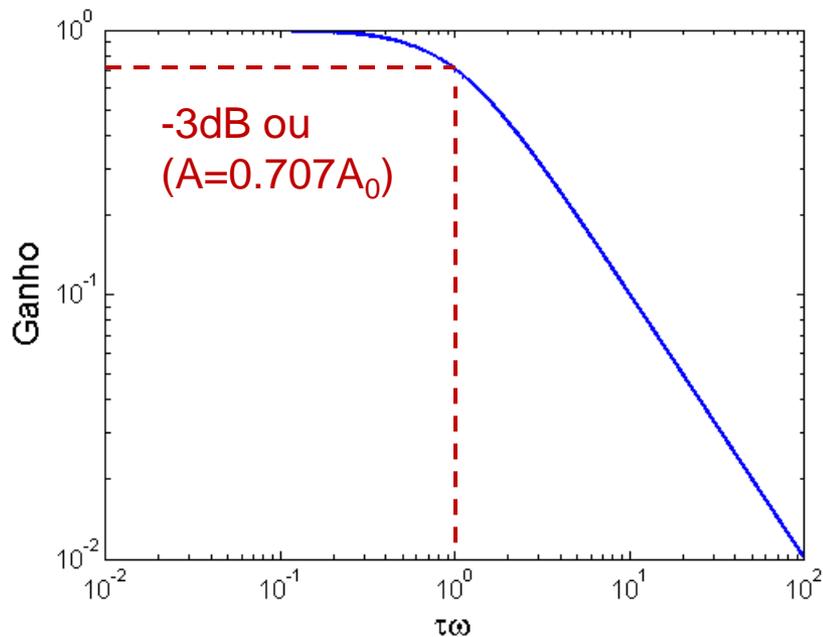
- Como vimos na aula anterior (sensores de 1ª e 2ª ordem), os equipamentos de medição possuem um tempo de resposta. No caso dos amplificadores não é diferente.
- Em alguns casos (1ª ordem) a resposta dos amplificadores pode ser representada por uma função exponencial da forma:

$$v_o = G(1 - e^{-t/\tau})v_i$$

- Onde  $\tau$  é a constante de tempo do amplificador



- Assim como nos sistemas de 1ª ordem, para frequências acima da capacidade de resposta do amplificador, o sinal é atenuado e sofre atraso de fase.



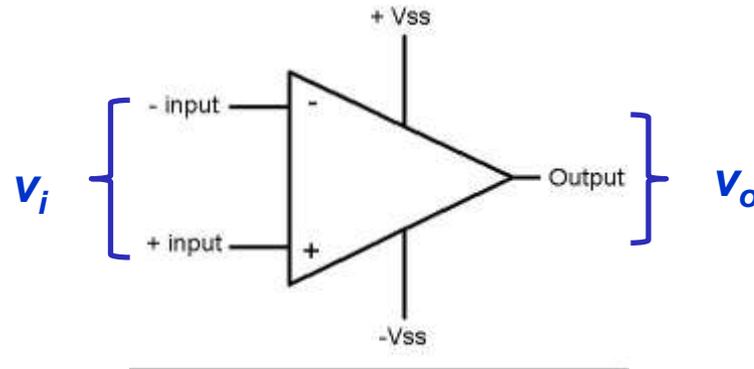
- Características dos amplificadores

- Voltagem de modo comum

$$v_o = G(v_{i+} - v_{i-})$$

$$v_{i+} = v + \Delta v$$

$$v_{i-} = v$$



Idealmente a saída deveria ser 0 se a diferença entre  $v_{i+}$  e  $v_{i-}$  for igual a 0. Entretanto, devido a pequenas diferenças nos componentes dos amplificadores o ganho não é exatamente igual nas duas entradas.

$$v_o = G\Delta v + G_c v$$

Onde  $G_c$  é o ganho de modo comum

- Características dos amplificadores

- Uma medida da qualidade dos amplificadores é a razão de rejeição de modo comum (*CMRR* - *common-mode rejection ratio*)

$$CMRR = \frac{G}{G_c}$$

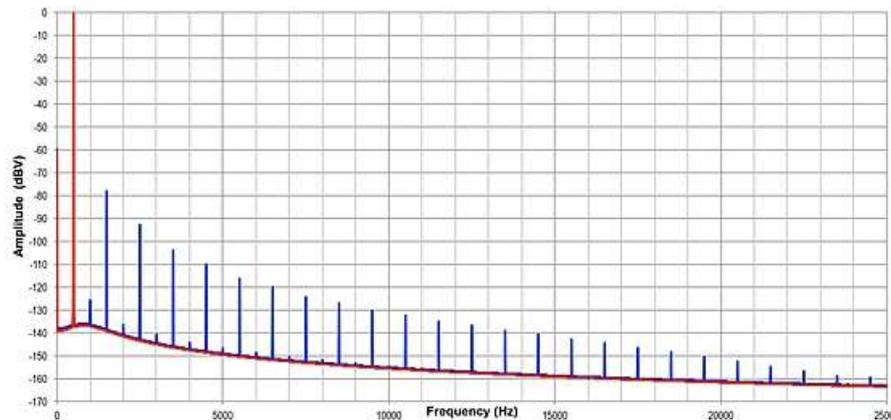
- Logo, quanto maior o valor do coeficiente, melhor a qualidade do amplificador.

- Valores típicos são na faixa de 1000 a 20.000
- Um alto valor de CMRR implica em um maior cancelamento de sinais espúrios que são comuns as duas entradas, tais como ruídos, *ripple* de fonte de alimentação, e flutuações causadas por variações de temperatura

- Razão de rejeição da alimentação. PSRR (*Power supply rejection rate*). É uma medida da sensibilidade do amplificador a variações na alimentação.

$$PSRR = G \left( \frac{\Delta V_{Supply}}{\Delta v_o} \right)$$

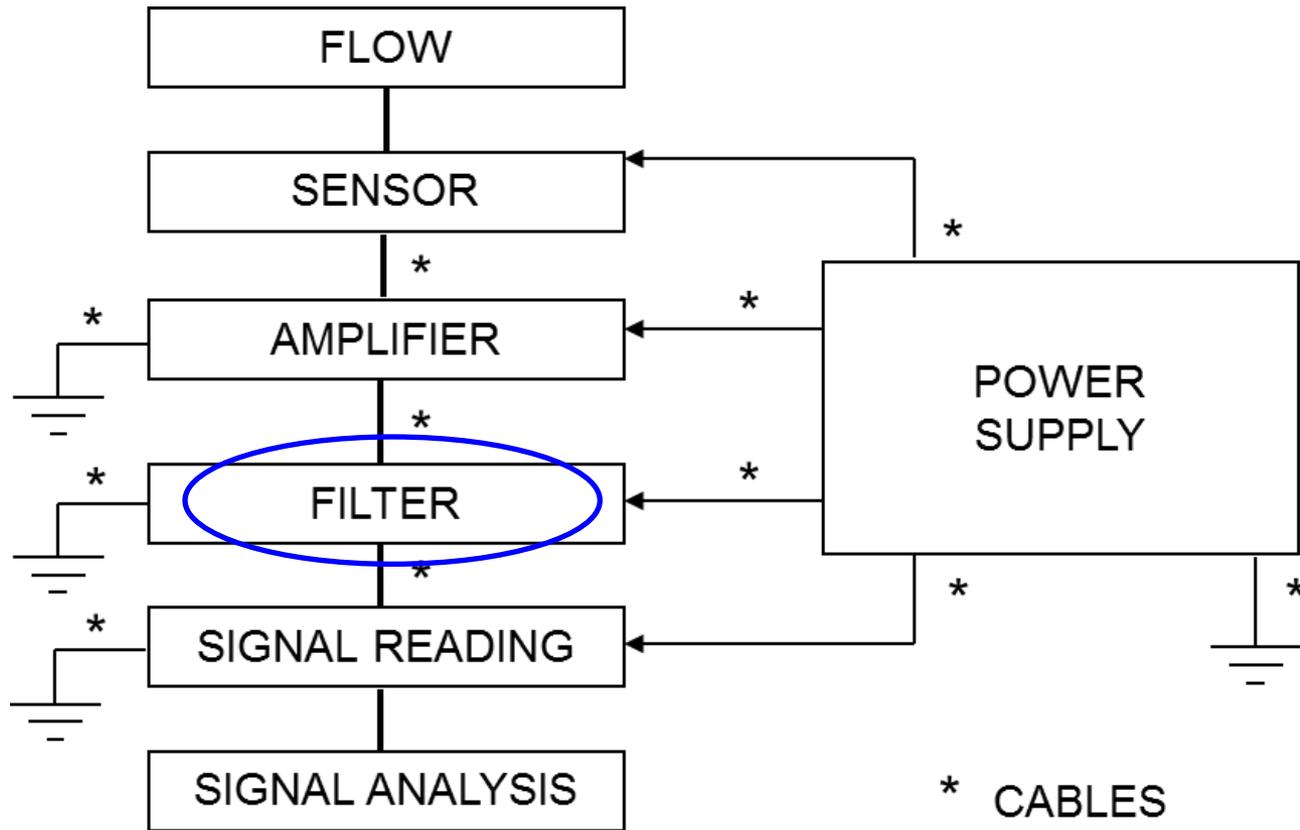
- Outra característica que está diretamente ligada a qualidade dos amplificadores é a distorção harmônica.



- O ruído inerente ao circuito interno do amplificador também é uma importante medida de qualidade.

- Informações nas folhas de dados dos fabricantes (clique na imagem para acessar datasheet)
- Ajuda na escolha de amplificadores





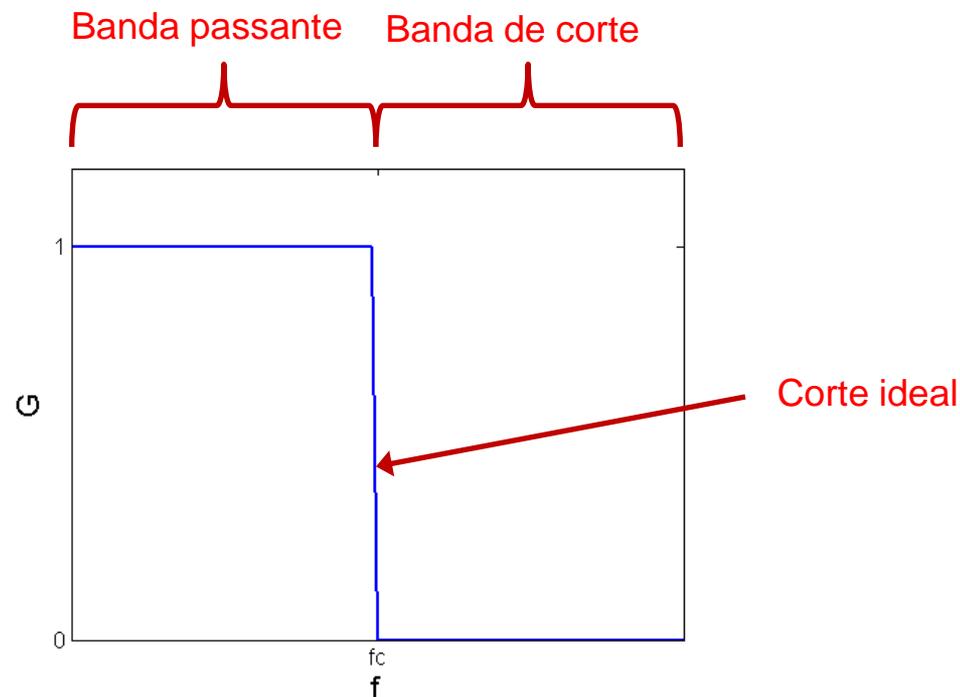
- Filtros são usados em diversas aplicações, dentre as quais pode-se citar condicionadores para aquisição de sinais, instrumentação para laboratório, equipamentos de áudio, etc.
- Diferentes tipos e características



- São utilizados para remover informação de frequência indesejável do sinal.

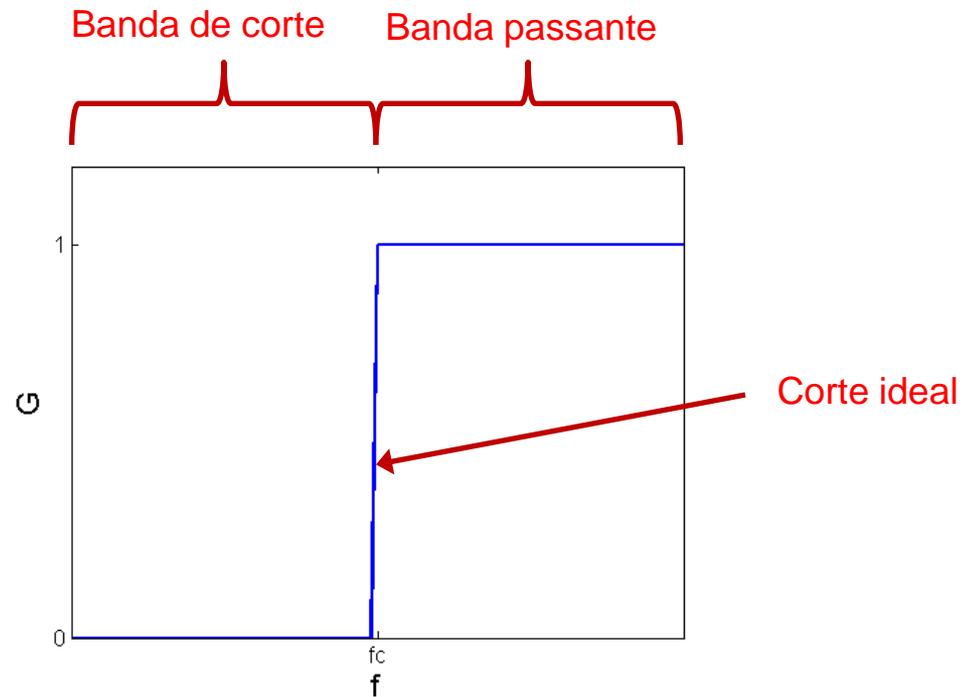
-São classificados, de forma geral, em:

-*Passa-baixa*



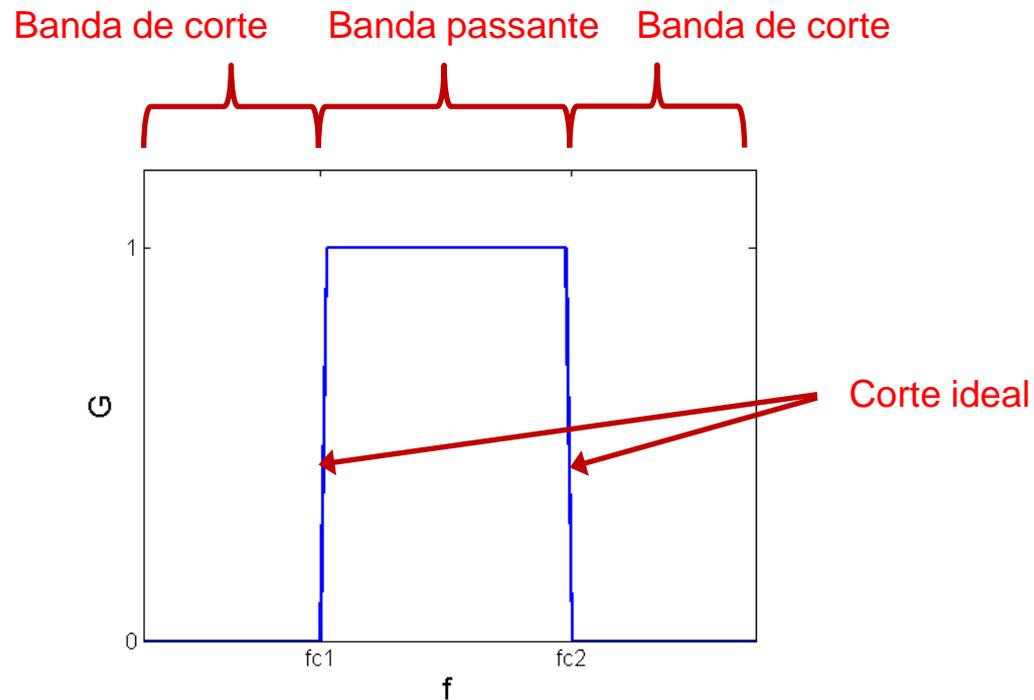
-São classificados, de forma geral, em:

-*Passa-alta*



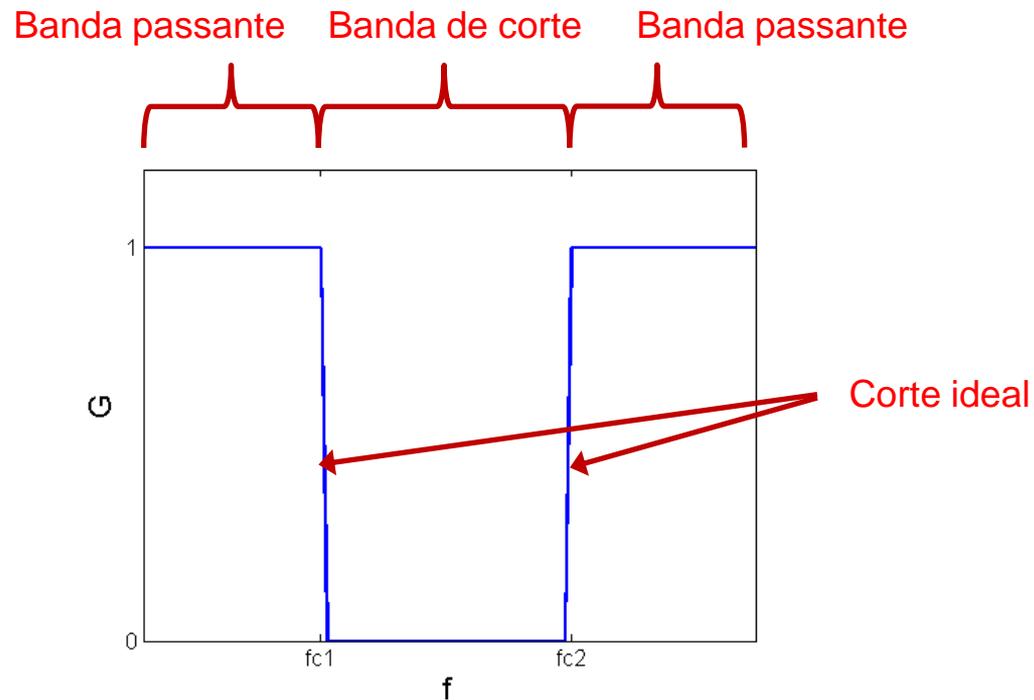
-São classificados, de forma geral, em:

-*Passa-banda*



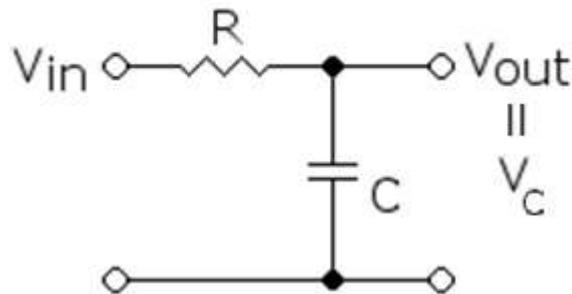
-São classificados, de forma geral, em:

-*Rejeita banda*

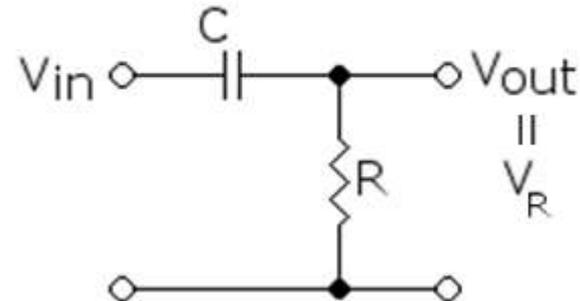


- O corte ideal dos filtros mostrados anteriormente não é possível para filtros analógicos.
- Um filtro de tensão passa alta ou passa baixa pode ser construído usando um circuito simples, composto apenas de um resistor e um capacitor.

**Ex.: Passa baixa**



**Ex.: Passa alta**



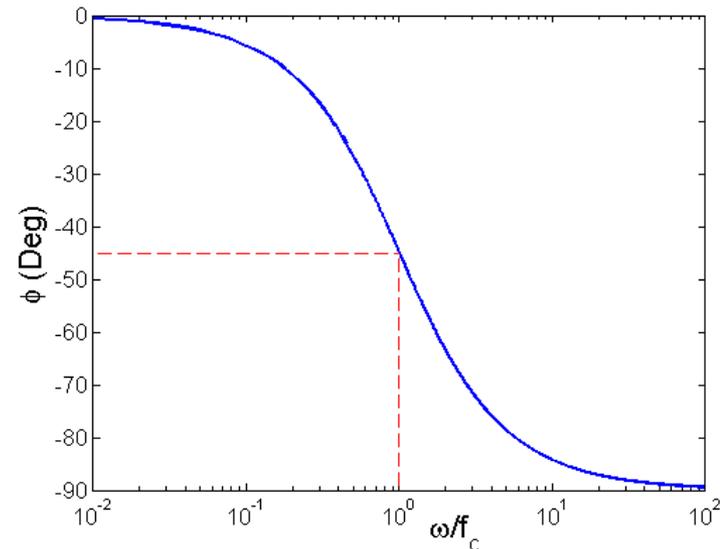
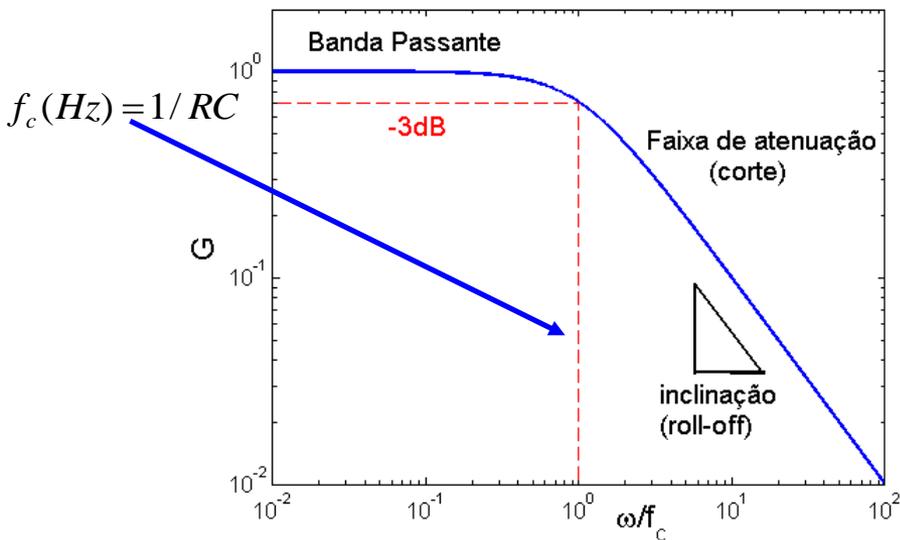
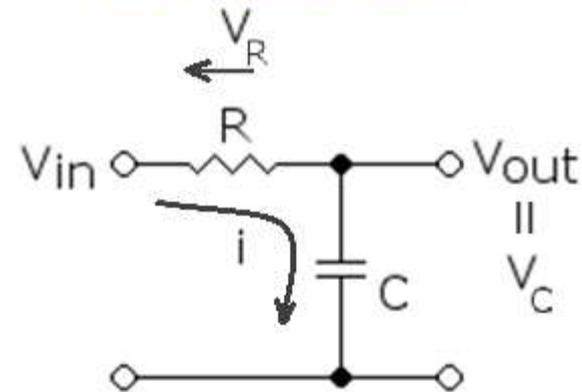
- Equacionamento dos filtros pode ser feito, sabendo-se que a impedância do capacitor ( $Z_c$ ) depende da frequência e é dada por  $Z_c=1/j\omega C$ , onde  $j$  é o número imaginário,  $\omega$  a frequência e  $C$  a capacitância

- Equacionamento de um filtro passa baixa RC. ( $Z_c=1/j\omega C$ ),

$$i = \frac{V_{in}}{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}; \quad i = \frac{V_C}{\frac{1}{j\omega C}};$$

$$\frac{V_C}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)} = \frac{1}{1 + j\omega RC};$$

Ex.: Passa baixa

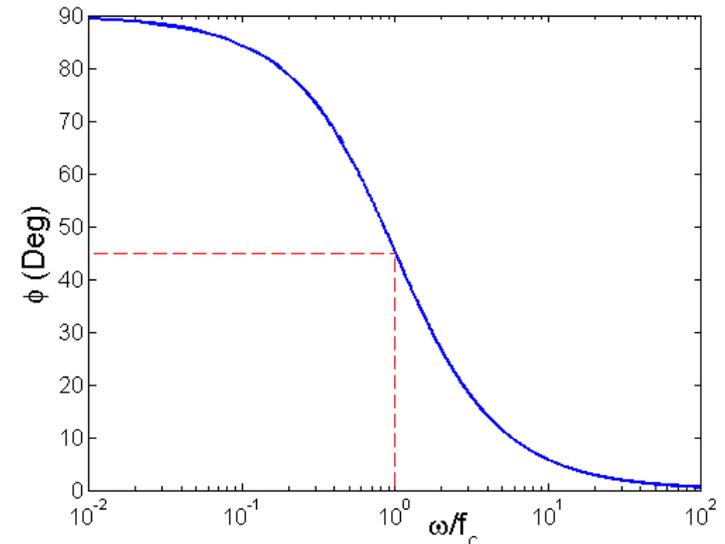
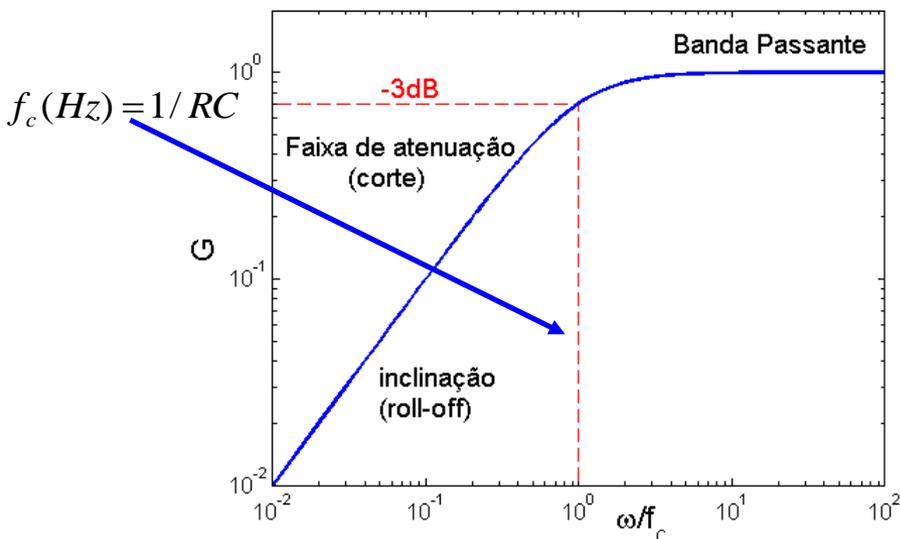
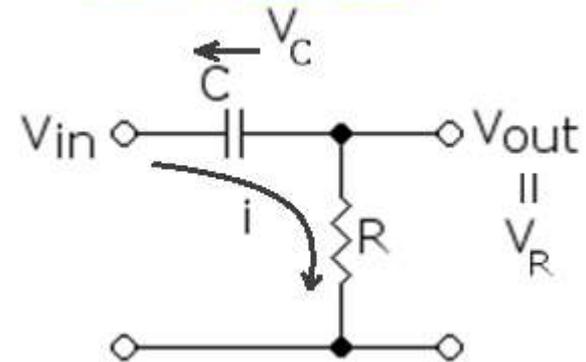


- Equacionamento de um filtro passa baixa RC. ( $Z_c=1/j\omega C$ ),

$$i = \frac{V_{in}}{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}; \quad i = \frac{V_R}{R};$$

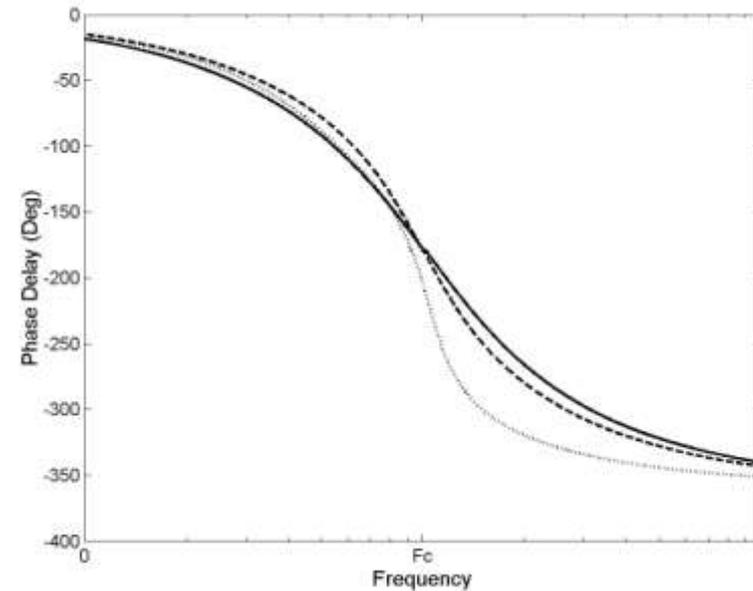
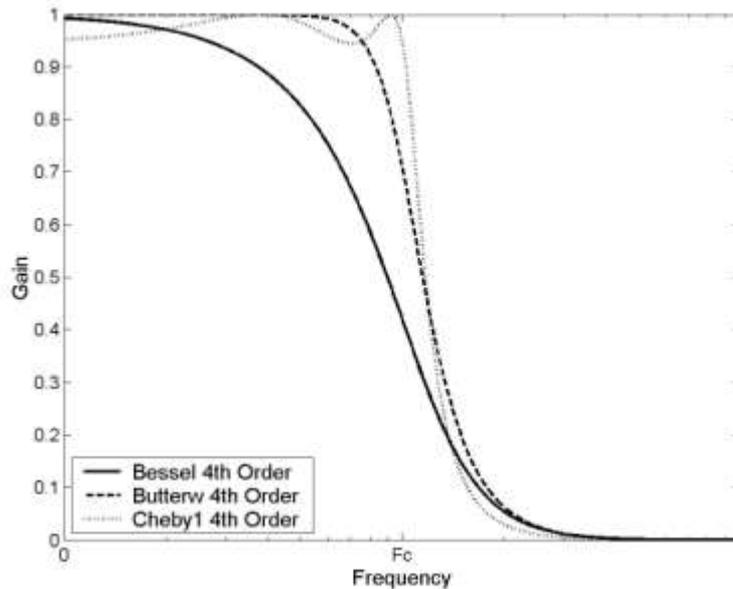
$$\frac{V_C}{V_{in}} = \frac{R}{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC};$$

Ex.: Passa alta

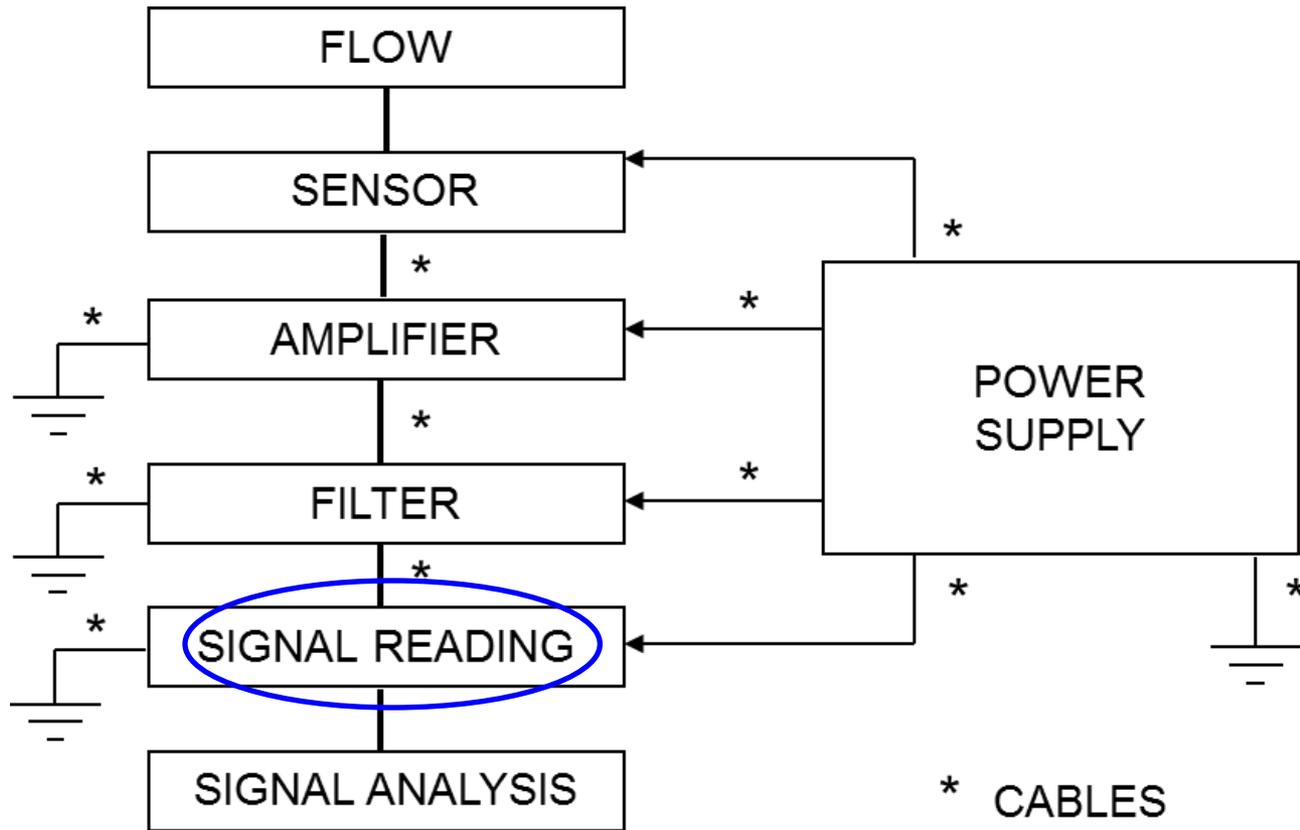


- Um filtro passa baixa de primeira ordem, por exemplo, irá atenuar a amplitude do sinal em cerca de duas vezes (6 dB) cada vez que a frequência dobrar (subir uma oitava).
- Um filtro de segunda ordem possui uma maior razão de atenuação (*roll-off*). Por exemplo, um filtro Butterworth de segunda ordem reduzirá a amplitude do sinal a um quarto de seu valor anterior cada vez que a frequência dobrar (-12 dB por oitava).
- Outros filtros de segunda ordem podem apresentar taxas diferentes dependendo da construção. No entanto, os valores se aproximam da taxa final de -12dB por oitava.
- No geral, a taxa final de atenuação de um filtro de n-ordem é  $-6*n$  dB por oitava.

- Funções de filtros mais conhecidas: Bessel, Butterworth e Chebyshev.



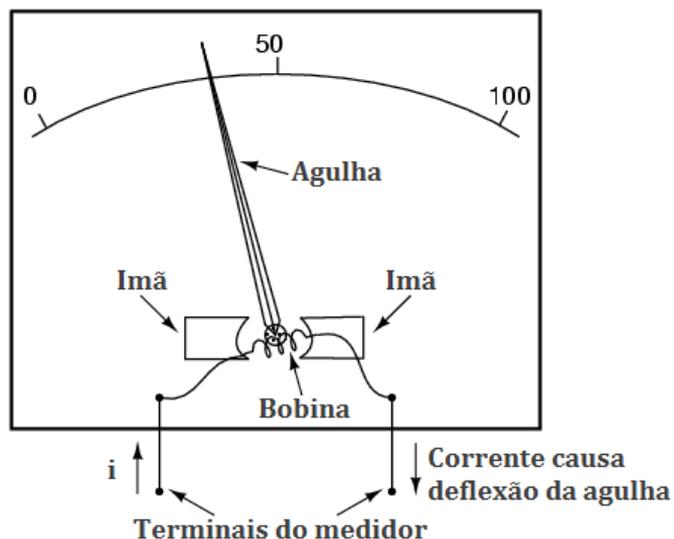
- Normalmente, as funções nesses filtros de mais alta ordem são ajustadas com amplificadores operacionais. Logo, todas as considerações acerca do ruído de amplificadores são válidas para filtros ativos.
- Sendo assim, não é recomendado o uso de filtros ativos antes da amplificação do sinal !



Usualmente, dois tipos de equipamentos são utilizados na medição de sinais elétricos:

- **Medidores analógicos:** são compostos apenas de componentes analógicos. Estes medidores são frequentemente encontrados em mostradores de equipamentos, devido a sua facilidade de leitura.
- **Medidores digitais:** esses tipos de medidores possuem um conversor Analógico-Digital para transformar o sinal elétrico analógico em um dado digital. São amplamente empregados para a aquisição e análise de sinais por computadores.

## Medidores de corrente: GALVANÔMETRO



O princípio básico da medida de corrente se baseia no fato de que, quando um condutor é colocado em um campo magnético, existirá uma força sobre o condutor quando uma corrente passar por ele.

## Medidores de corrente: GALVANÔMETRO

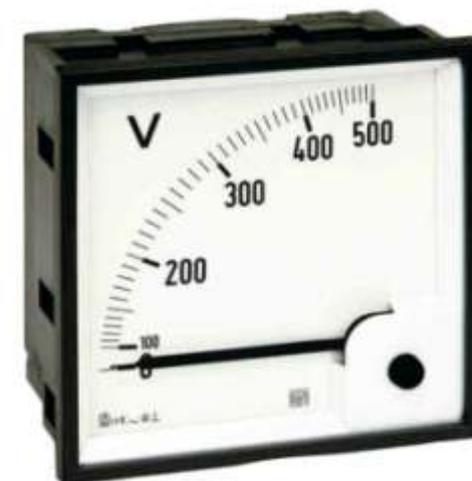
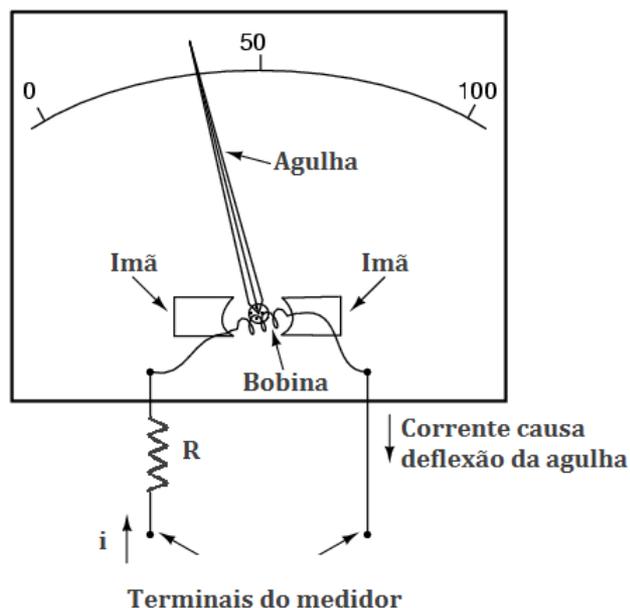
O princípio básico da medida de corrente se baseia no fato de que, quando um condutor é colocado em um campo magnético, existirá uma força sobre o condutor quando uma corrente passar por ele.

$$F = NBiL$$

Onde  $N$  é o número de espiras,  $B$  é a intensidade do campo magnético,  $i$  é a corrente e  $L$  o comprimento de cada espira.

Para a medição de corrente alternada, uma técnica comum é o uso de diodos para formar um retificador que converte uma corrente alternada em contínua. Assim é possível usar o galvanômetro.

## Medidores de tensão: Voltímetro



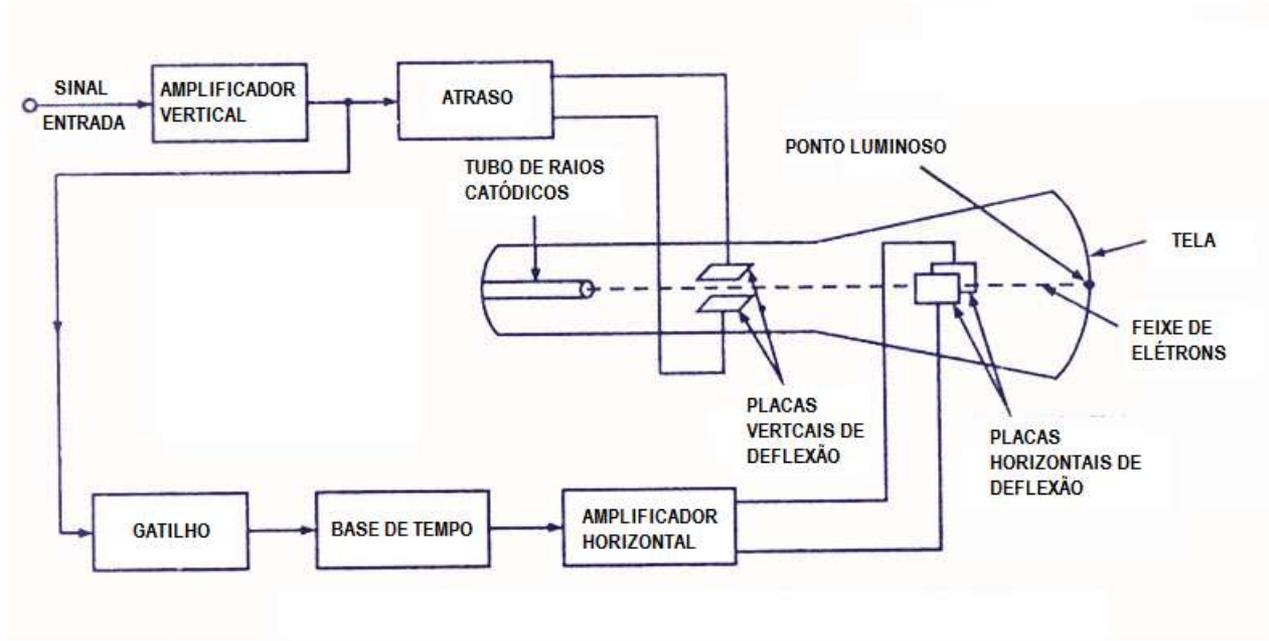
O mecanismo é o mesmo do galvanômetro, a conversão para leitura de tensão é feita usando um resistor apropriado e de resistência conhecida.

## Medidores de tensão: Osciloscópio



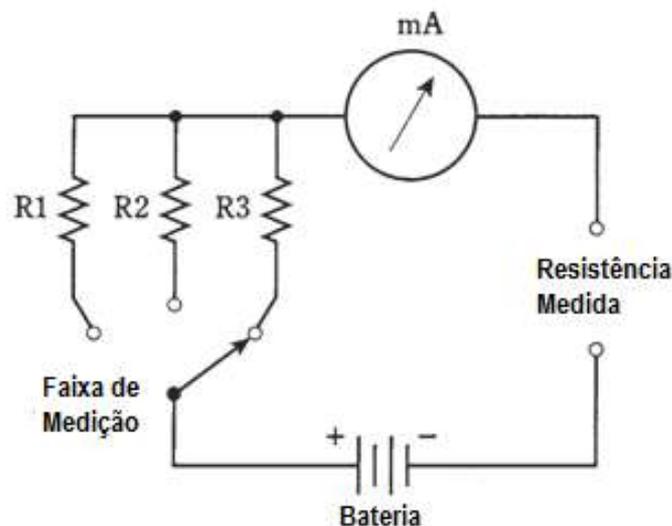
- É muito utilizado para medir o comportamento de sinais dinâmicos.
- A imagem visual do sinal permite observar em tempo real o comportamento do sinal e facilita o diagnóstico de possíveis causas de ruído.

## Medidores de tensão: Osciloscópio



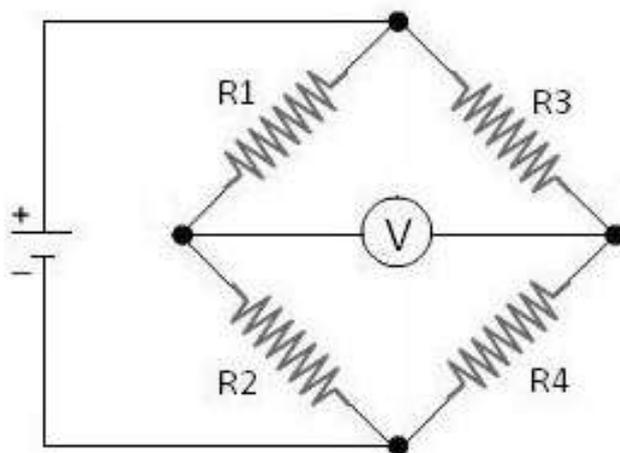
- Resposta na faixa de MHz com alguns modelos podendo chegar a GHz.
- Permite ajuste das escalas de amplitude e tempo além de sincronização para uma análise do sinal.

## Medidores de resistência: Ohmímetro



- Consiste em aplicar uma tensão conhecida sobre a resistência medida e medir a corrente que passa pelo circuito.
- Normalmente a tensão é baixa para se evitar correntes altas no circuito, e que podem danificar a resistência medida.

## Medidores de resistência: Ponte de Wheatstone

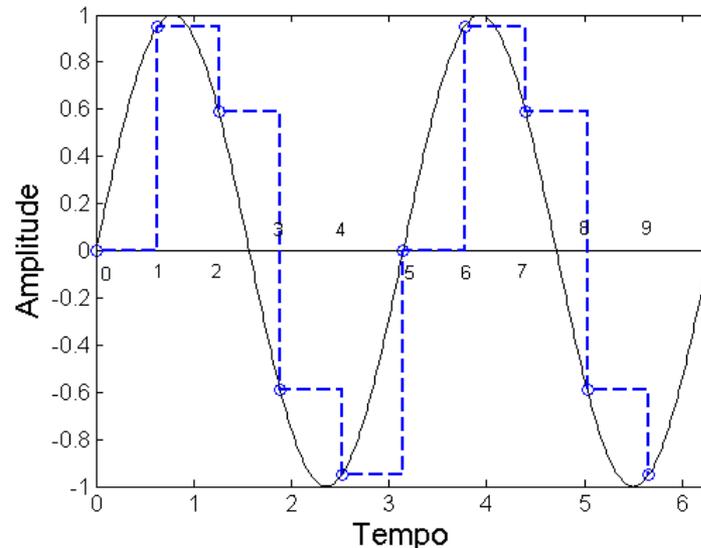
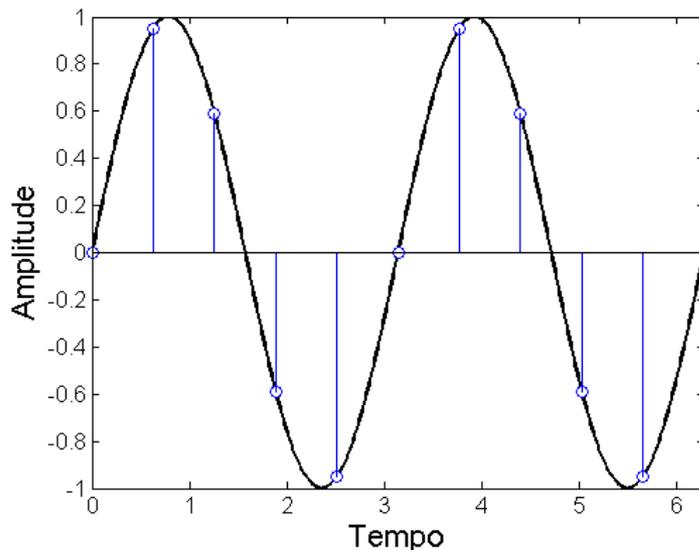


$$\text{Se } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \rightarrow V = 0;$$

- Formada por 2 divisores de tensão em paralelo. Se a relação de proporcionalidade acima for satisfeita a diferença de tensão nos dois lados da ponte é nula.
- O arranjo permite medir a resistência de maneira muito exata.
- Arranjo muito utilizado em medidores de pressão, deflexão, velocidade, etc., devido a exatidão das medidas.

## Equipamentos Digitais

- Os dados em equipamentos digitais são discretos tanto na amplitude como no tempo.



- A discretização na amplitude depende da resolução da conversão de analógico para digital (conversão A/D).
- Já a discretização no tempo depende da taxa em que os dados foram amostrados. (Frequência de aquisição).

## Equipamentos Digitais

- Resolução em Bits:
  - Normalmente a resolução é dada em bits e se refere ao número de intervalos **discretos** em que a faixa de medição do equipamento pode ser dividida.

**Ex.1:** Equipamento com faixa de medição: 0-10V e conversão A/D de 12Bits.

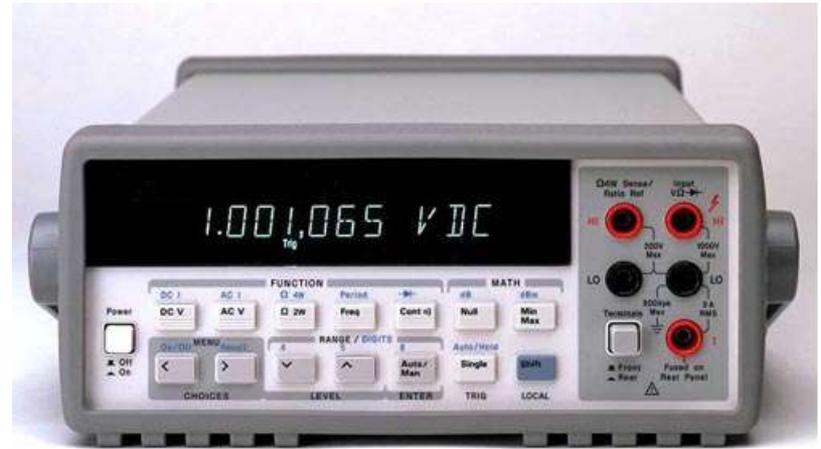
Número de intervalos discretos  $=2^{12}=4096$

$\Delta$ Amplitude =  $(10-0)/4096=0.0024V$  (resolução mínima)

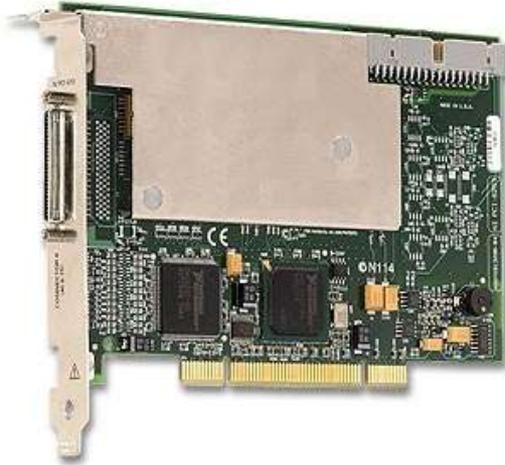
**Ex.2:** Leitura de um equipamento com faixa de medição: 0-10V quando o valor real for de 1mV.

10Bits  $\rightarrow 10V/2^{10}=0.0098V$ ;      Leitura do equip=0  
12Bits  $\rightarrow 10V/2^{12}=0.0024V$ ;      Leitura do equip=0  
16Bits  $\rightarrow 10V/2^{16}=0.000153V$ ;      Leitura do equip=1.07mV

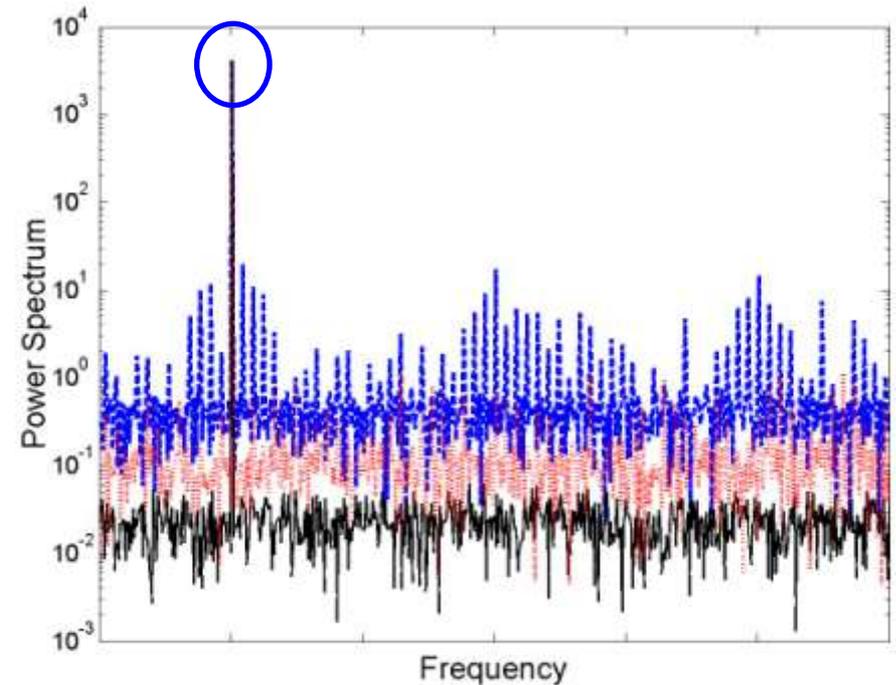
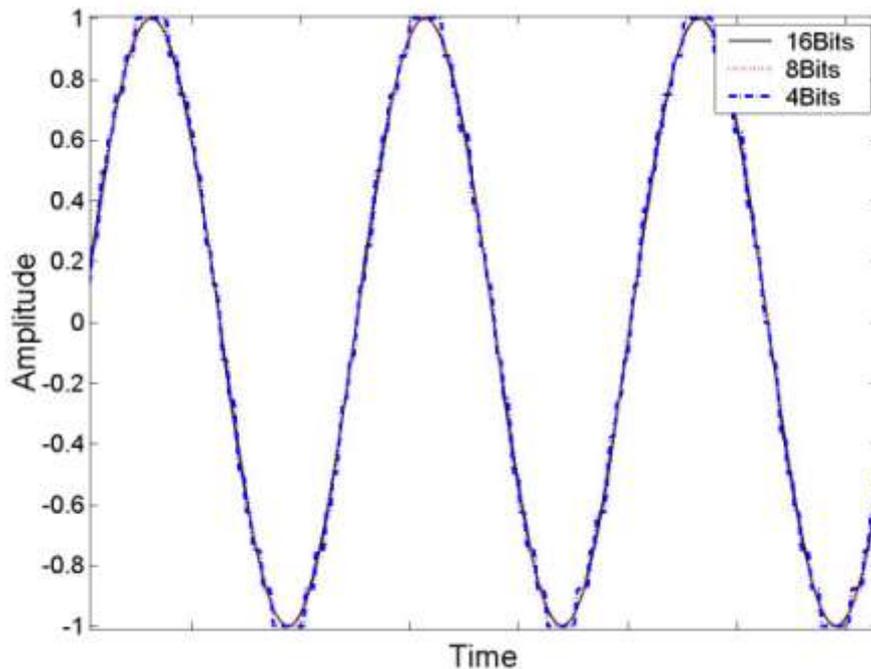
## Voltímetros



## Sistemas de Aquisição de Dados

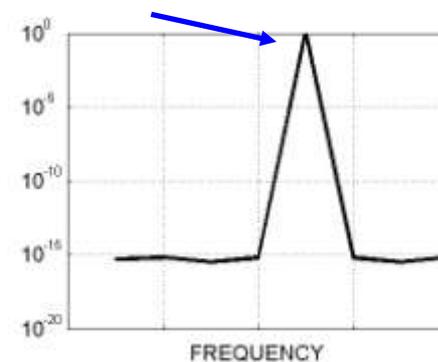
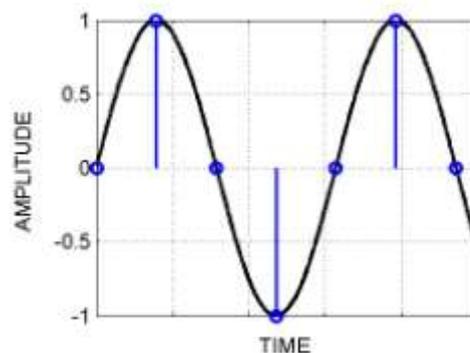


- Exemplo de ruído gerado pela baixa resolução na discretização do sinal (número de bits utilizados).
- Solução: **Uso de amplificadores**



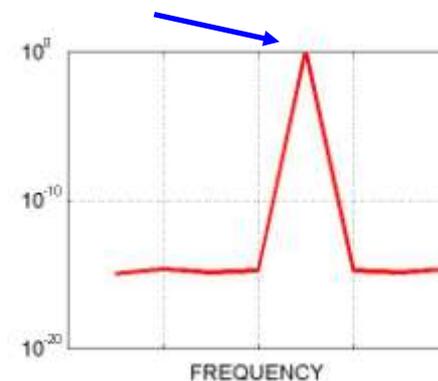
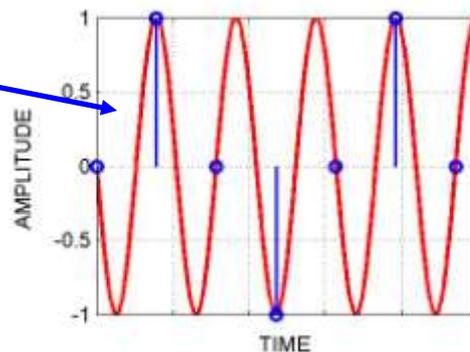
A amplitude absoluta da onda não é uito afetada pela resolução, mas a razão entre sinal e ruído é reduzida quando a resolução diminui.

- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência máxima de Nyquist.
- Solução: **Uso de filtros anti-alias**. Reduz a amplitude dos sinais que estão fora da faixa de amostragem do sinal



Sinal não pode ser resolvido com a frequência de aquisição utilizada ( $Freq > Freq_{Nyquist}$ ).

Se não for removido cria falsas frequências (aliasing).



- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência máxima de Nyquist.
- Solução: **Uso de filtros anti-alias**. Reduz a amplitude dos sinais que estão fora da faixa de amostragem do sinal

Sempre há ruído de alta frequência no sinal, de modo que, é recomendável a utilização de filtros antes da digitalização, para evitar falsas frequências.

