

Introdução aos sinais discretos e conversão de sinais analógicos para digitais

Dispositivos de Medição Elétrica

- Usualmente, dois tipos de equipamentos são utilizados na medição de sinais elétricos:
- **Medidores analógicos:** são compostos apenas de componentes analógicos. Estes medidores são frequentemente encontrados em mostradores de equipamentos, devido a sua facilidade de leitura.
- **Medidores digitais:** esses tipos de medidores possuem um conversor Analógico-Digital para transformar o sinal elétrico analógico em um dado digital. São amplamente empregados para a aquisição e análise de sinais por computadores.

Dispositivos Analógicos

Voltímetros
Osciloscópios

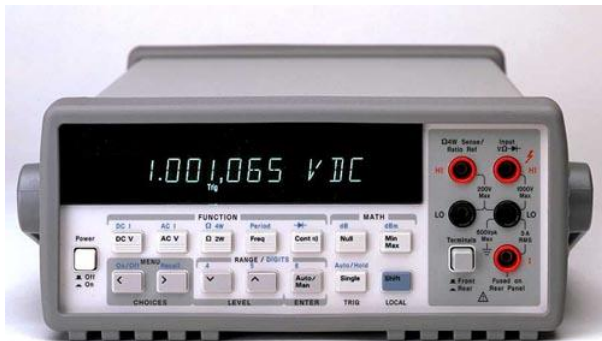


Sistemas de aquisição de dados

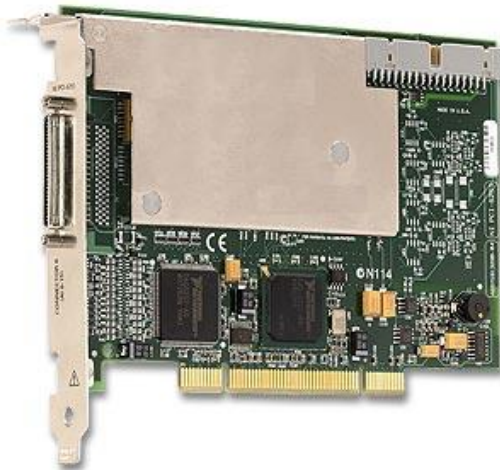


Dispositivos digitais

Voltímetros
Osciloscópios

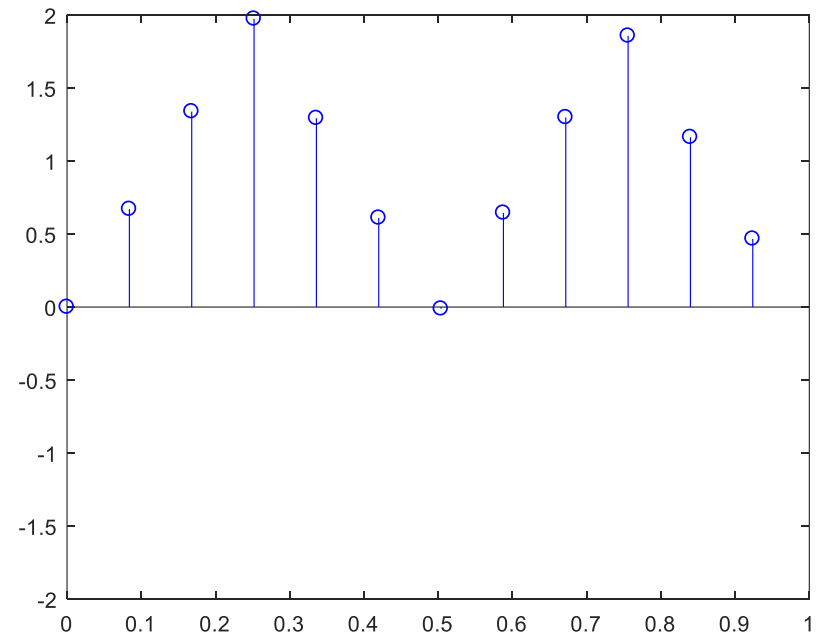
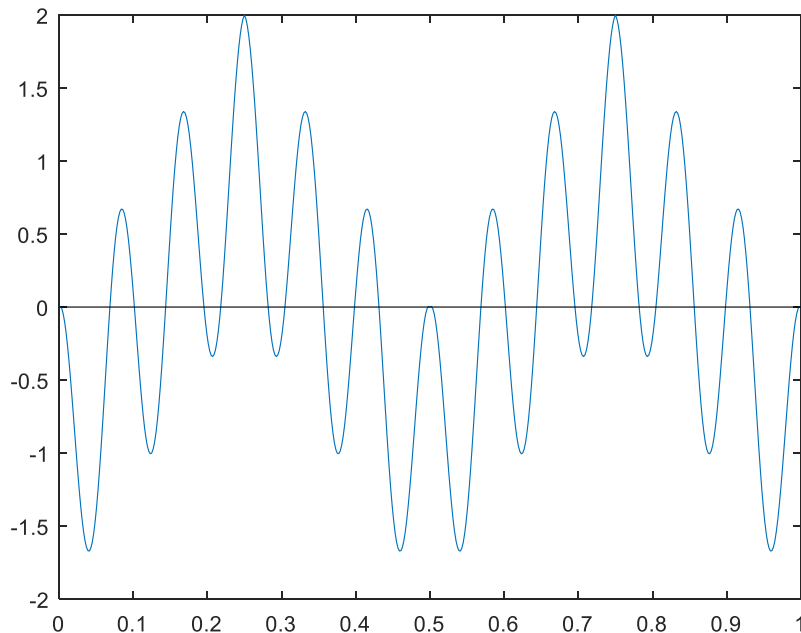


Sistemas de Aquisição de Dados



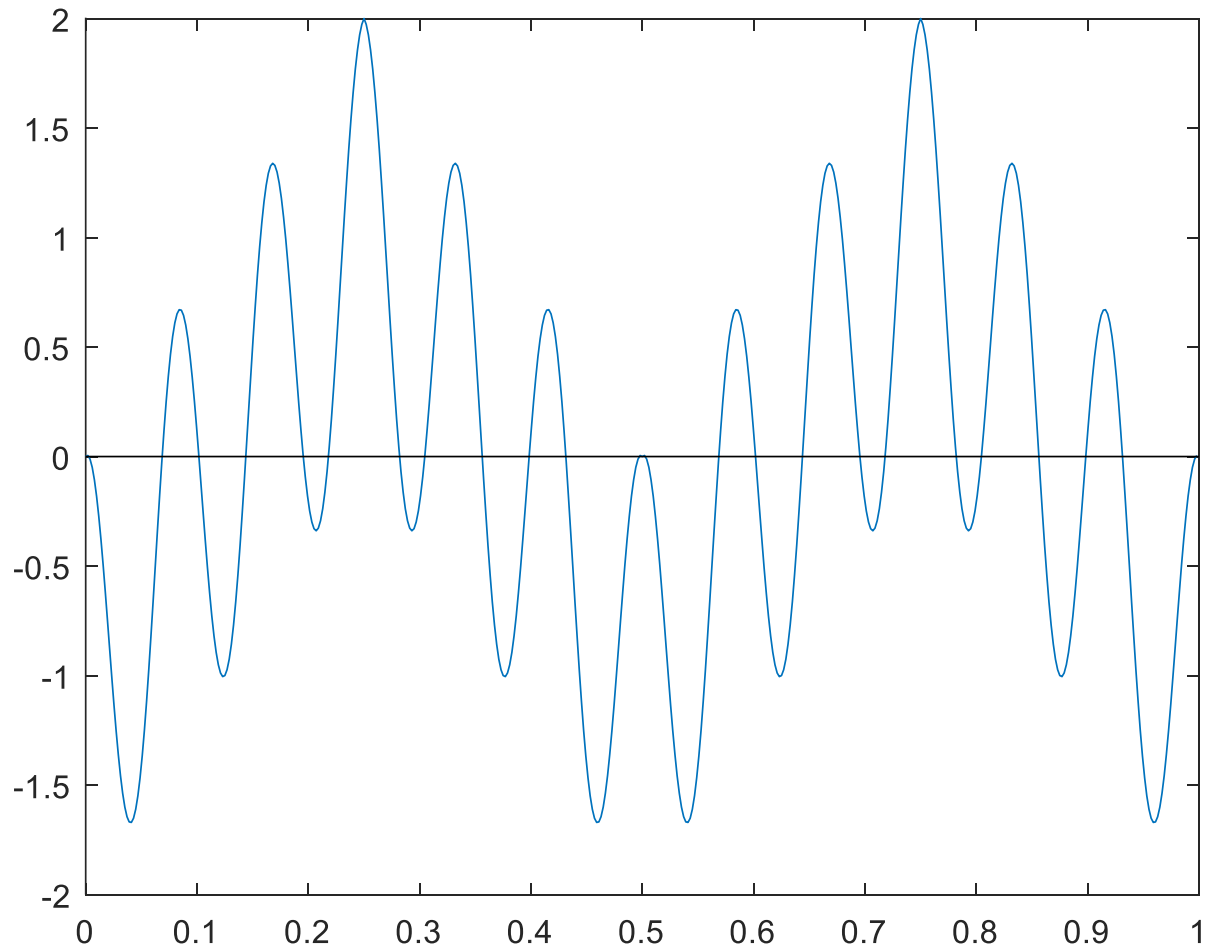
Sinais Analógicos vs Digitais

- Quais as principais diferenças?
- Os dois sinais podem representar a mesma coisa?
- Exemplos:



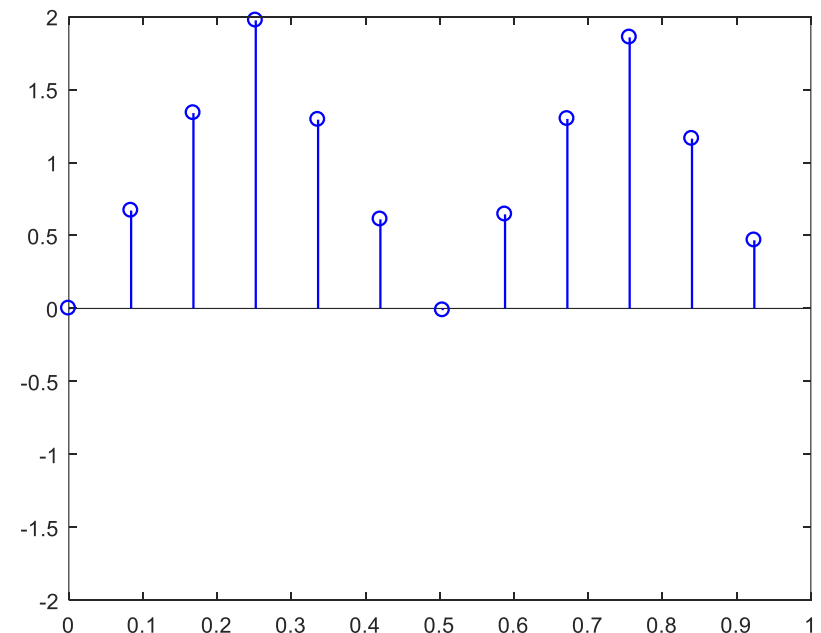
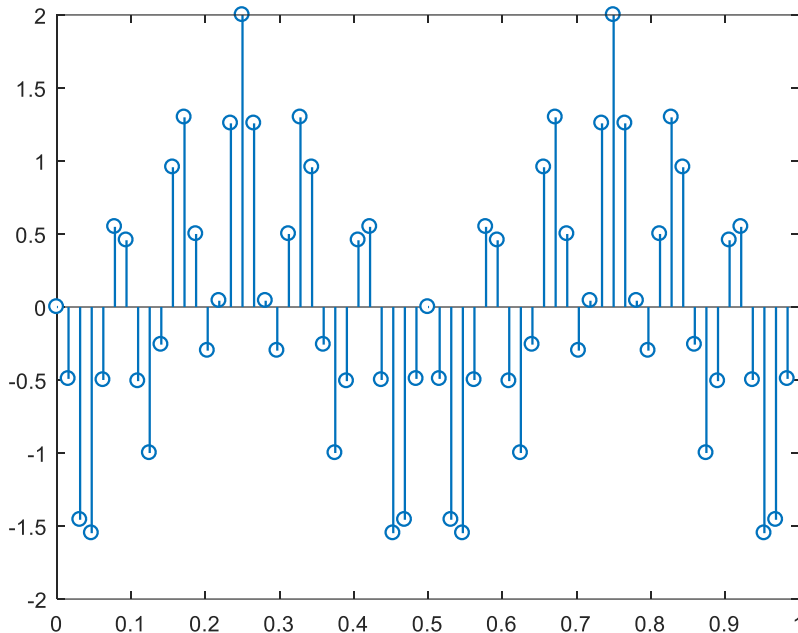
Sinais Analógicos vs Digitais

- Um sinal contínuo contém um número infinito de amostras com resolução infinitesimal. Ex.: função seno ou cosseno



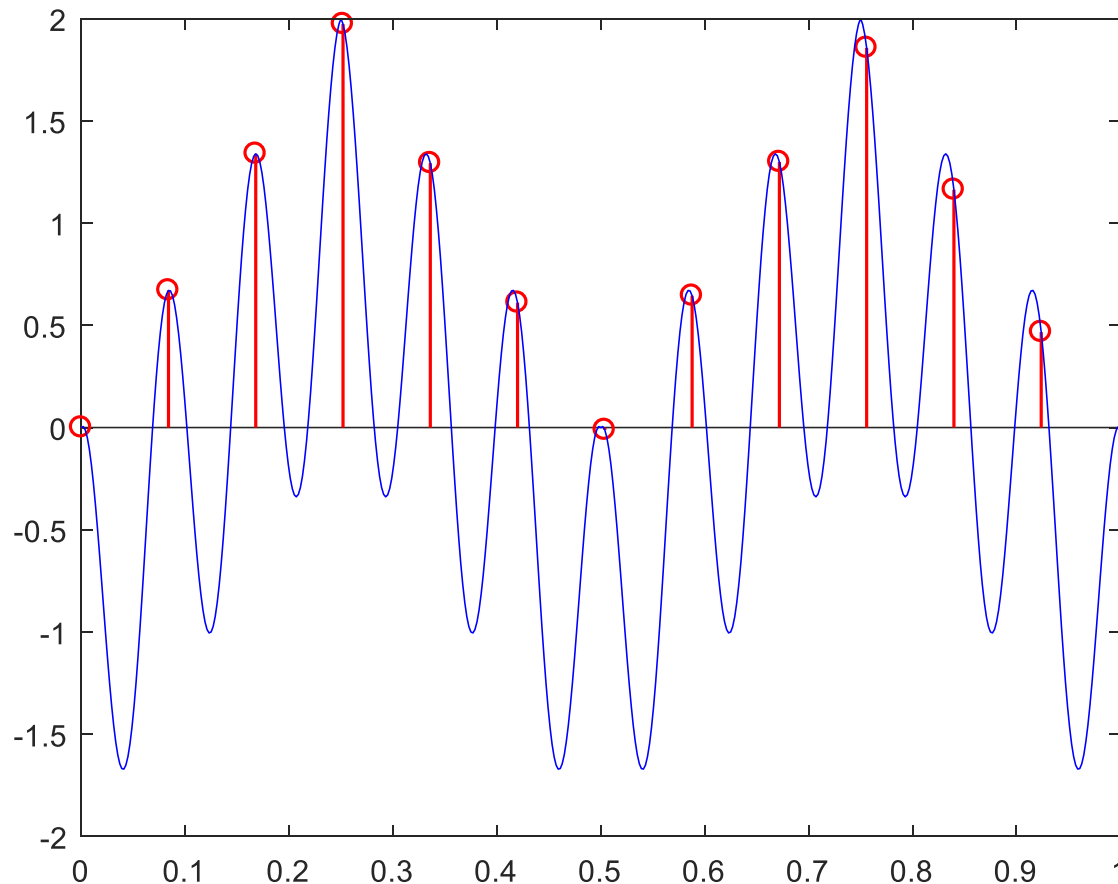
Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



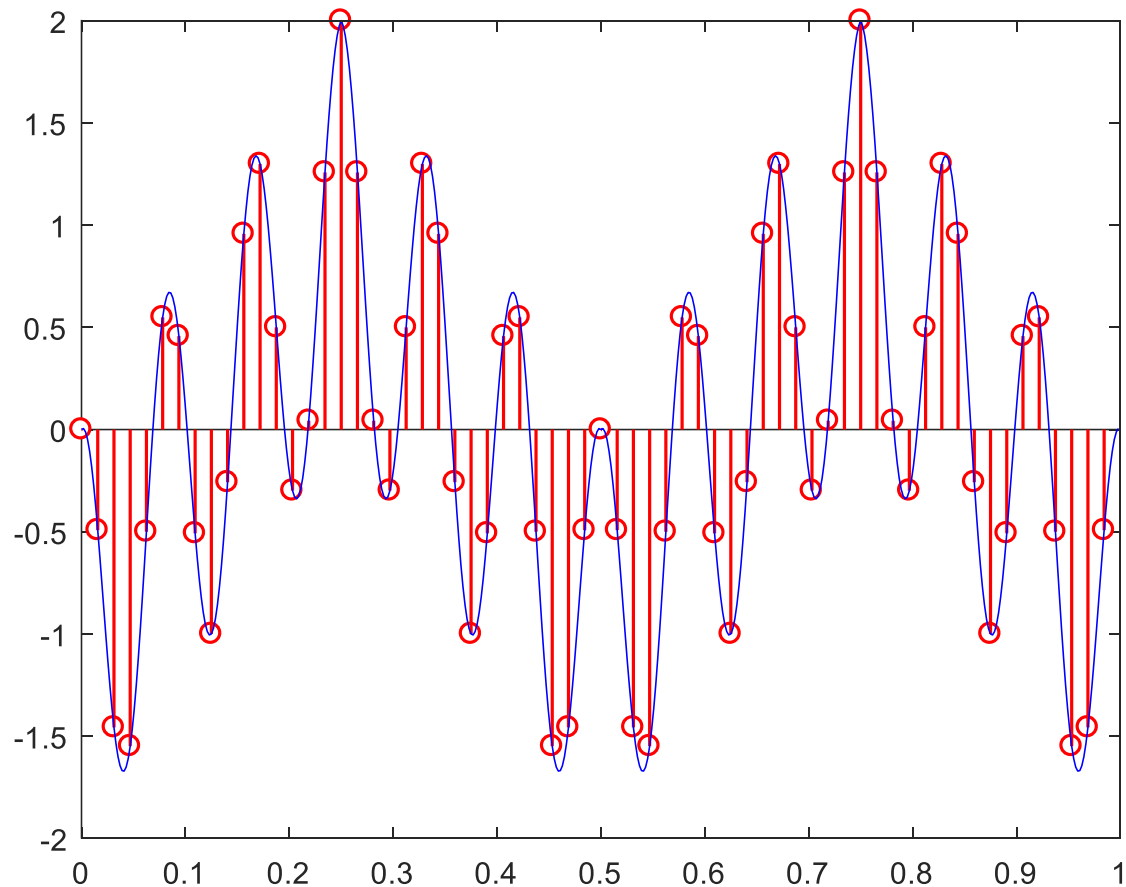
Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



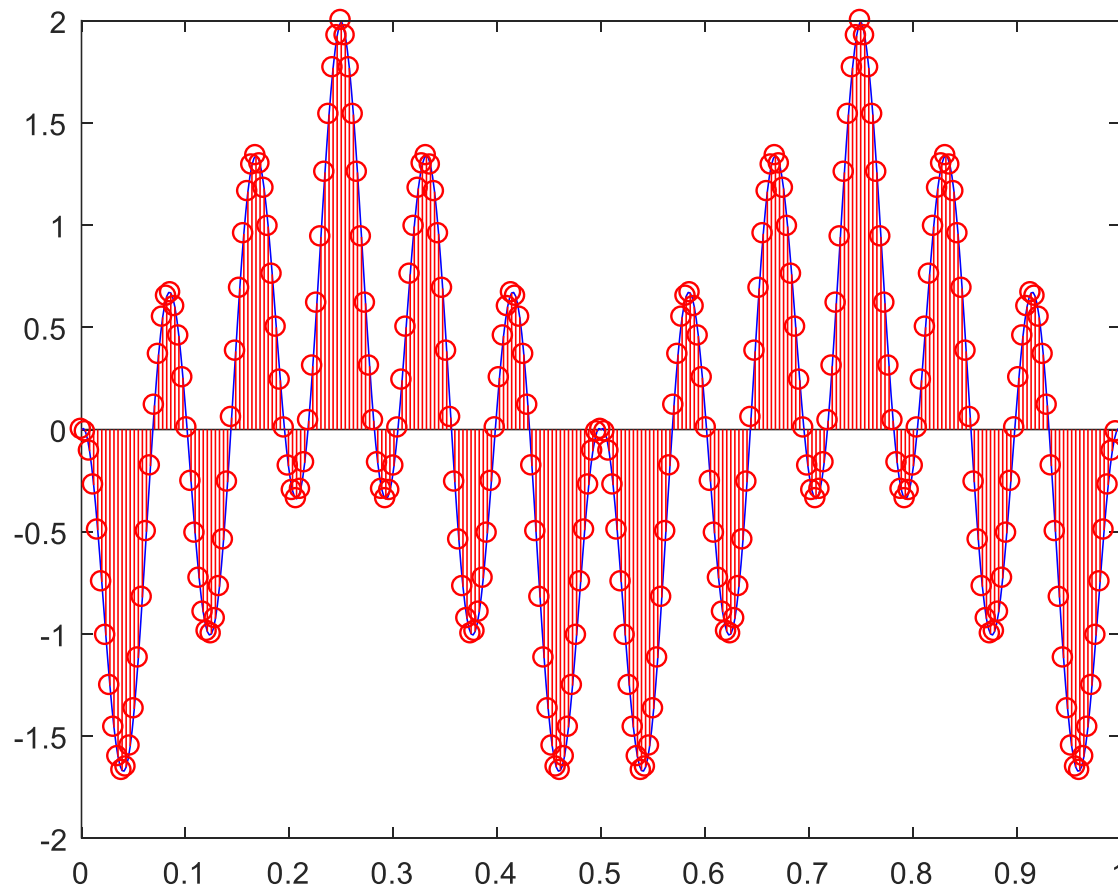
Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



Definições

- Representação em tempo contínuo : $x(t)$

onde t é um numero real que representa a variável independente de tempo contínua

- Representação em tempo discreto : $x[n]$, $x(k\Delta t)$ ou $x(k)$

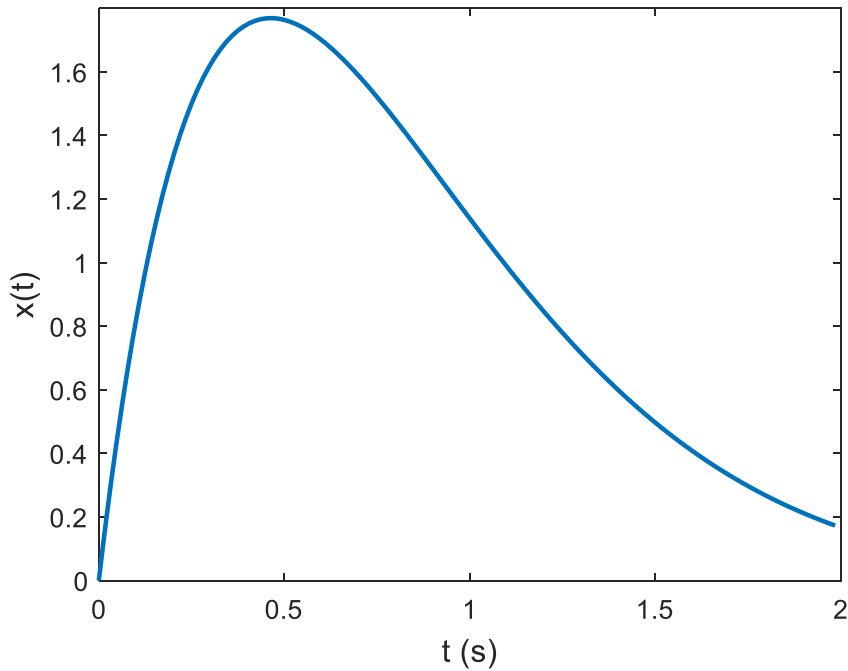
onde Δt é o intervalo de amostragem e k e n representam variáveis de tempo discretas

Definições

➤ Exemplo:

Contínuo

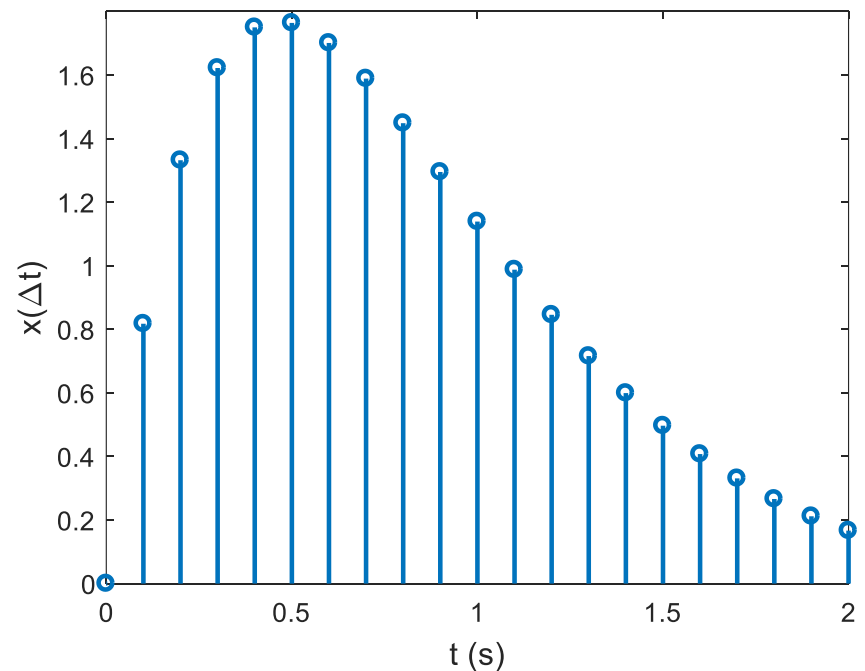
$$x(t) = 10e^{-2t} \text{sen}(t)$$



Discreto

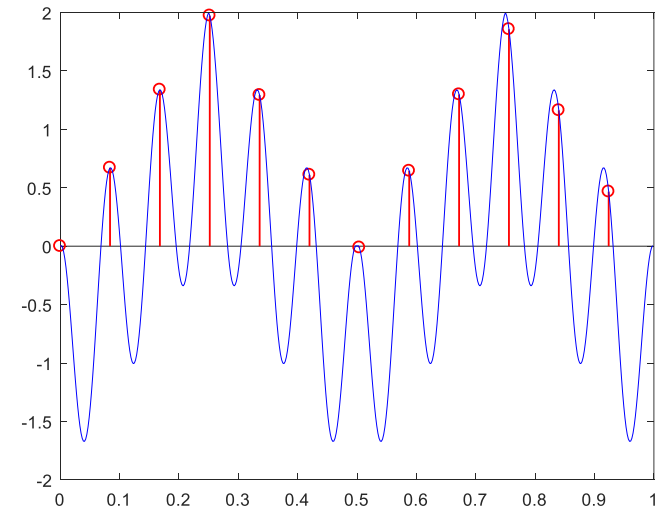
$$x(k\Delta t) = 10e^{-2k\Delta t} \text{sen}(k\Delta t)$$

com $\Delta t = 0.1s$



Sinais Analógicos vs Digitais

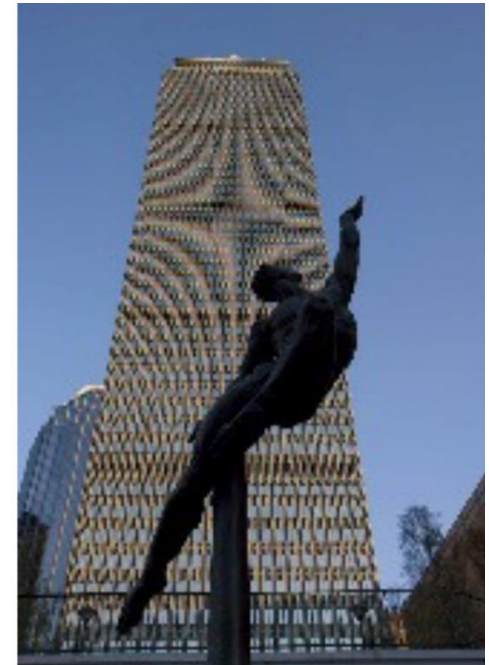
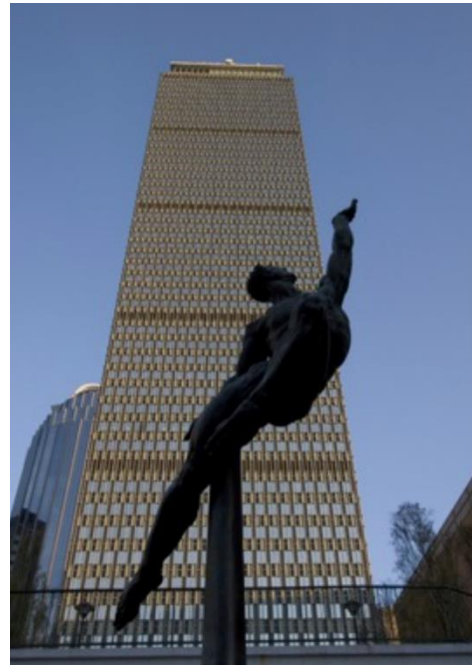
- Observa-se que essencialmente os dois sinais são diferentes
- No entanto, o sinal digital pode ser uma boa representação do contínuo, dependendo dos parâmetros de digitalização.
- Em alguns casos, o sinal digital pode representar somente uma parte o conteúdo de um sinal contínuo
- Logo, a definição do intervalo entre amostras (Δt) é um parâmetro importante na digitalização de sinais



Amostragem

- Com base no que já foi apresentado, é possível observar que uma amostragem insuficiente pode mascarar informações relevantes contidas no sinal contínuo.

- O mesmo pode acontecer em imagens:



- Como isso acontece? É possível evitar a perda de informações relevantes?

Amostragem

- Quando amostramos um sinal senoidal de frequência ω , temos

$$\begin{aligned}x[n] &= x(k\Delta t) \\ &= A \cdot \cos(2\pi\omega k\Delta t) \\ &= A \cdot \cos(2\pi\hat{\omega}k)\end{aligned}$$

- Pode-se notar que definimos uma nova frequência característica

$$\hat{\omega} = \omega \cdot \Delta t = \frac{\omega}{f_s}$$

Onde f_s é a taxa de amostragem ou $1/\Delta t$. Logo, $\hat{\omega}$ pode ser entendido como uma frequência relativa em ciclos/amostra

Amostragem

- Para valores de $\hat{\omega}$ maiores que 1 (por exemplo, $\hat{\omega}=1.2$), temos

$$x[n] = A. \cos(2\pi\hat{\omega}k) = A. \cos[2\pi(1 + 0.2)k]$$

$$x[n] = A. \cos[2k\pi + 2k\pi(0.2)k] = A. \cos[2k\pi(0.2)]$$

- Nesse caso, nota-se que os sinais discretos $x[n]$ com $\hat{\omega}=1.2$ e $\hat{\omega}=0.2$, são idênticos.
- Podemos ir um passo além. Sabendo que $\cos(\theta)=\cos(-\theta)$, e analisando a série discreta para um caso com $\hat{\omega} = 0.8$, temos

$$x[n] = A. \cos[2\pi(0.8)k] = A. \cos[2k\pi(1 - 0.2)]$$

$$x[n] = A. \cos[-2k\pi(0.2)] = A. \cos[2k\pi(0.2)k]$$

- Para senos a relação é similar, considerando-se uma fase.

Amostragem

- Logo, pode-se notar que para qualquer $|\hat{\omega}| > 0.5$, é possível utilizar uma soma ou subtração de um período inteiro para se encontrar uma frequência equivalente com modulo mais baixo.

$$\hat{\omega}_{Aparente} = \begin{cases} rem(\hat{\omega}, 0.5) & \text{para } p = 0, 2, \dots \\ 0.5 - rem(\hat{\omega}, 0.5) & \text{para } p = 1, 3, \dots \end{cases}$$

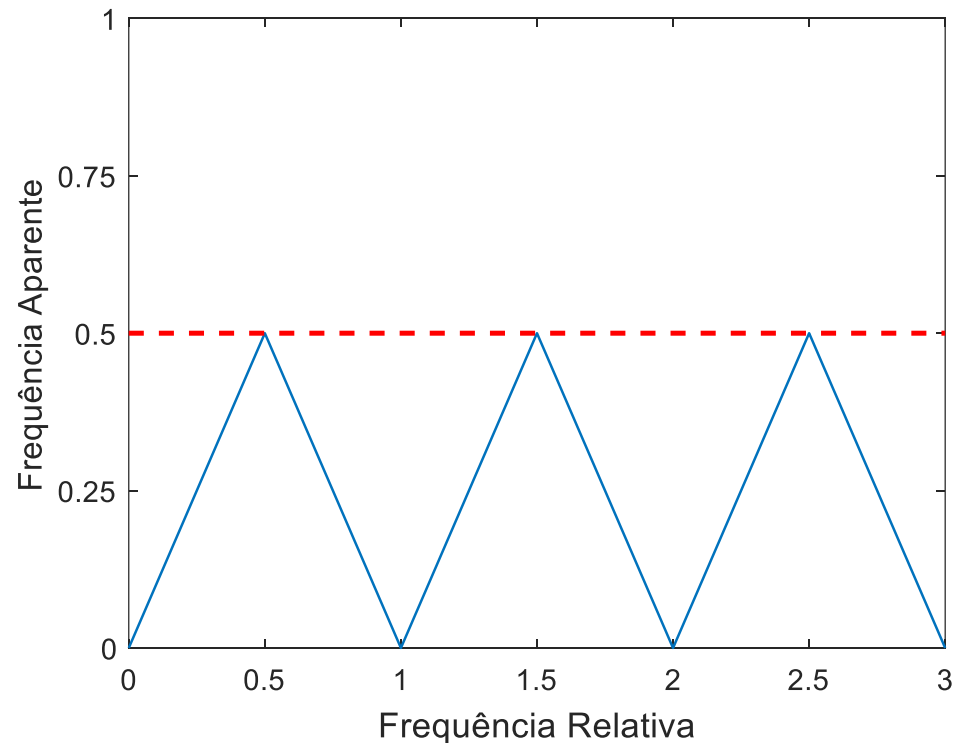
onde $p = mod(\hat{\omega}, 0.5)$

- Logo:

$$\hat{\omega}_{max} = 0.5 = \frac{\omega}{f_s}$$

$$\omega_{max} = 0.5 f_s$$

Teorema de Shannon-Nyquist



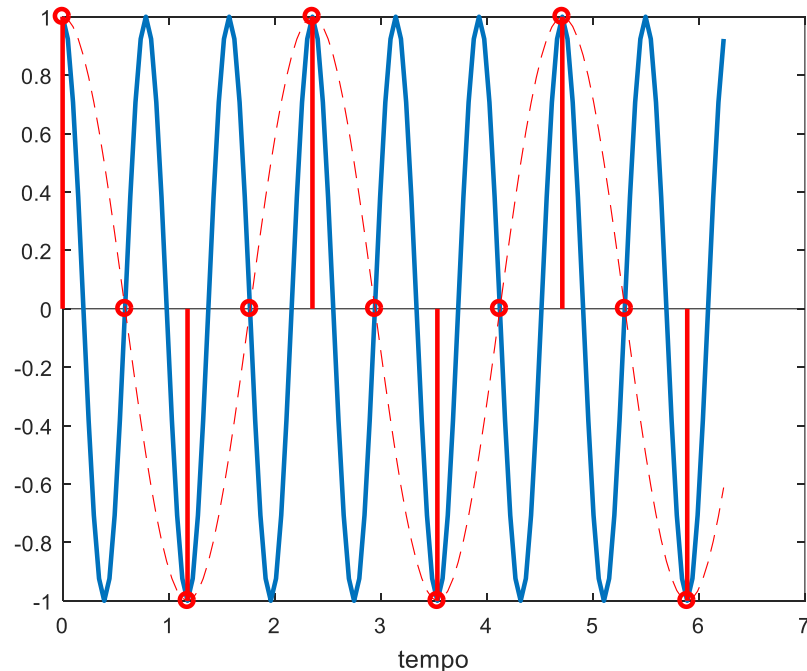
Amostragem

- Qual a consequência do teorema de amostragem de Shannon-Nyquist?



Amostragem

- Qual a consequência do teorema de amostragem de Shannon-Nyquist?



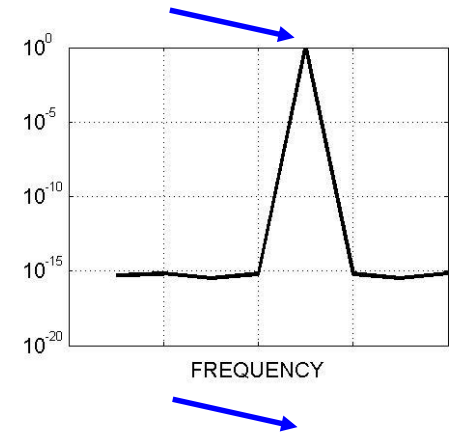
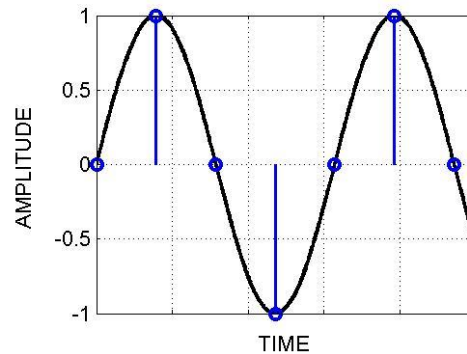
- Dois sinais com frequências diferentes podem ter a mesma representação discreta! Não é só a perda de informação, o sinal digitalizado pode representar uma falsa frequência!

Amostragem

- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência de Nyquist ($f_s/2$).

Sinal não pode ser resolvido com a frequência de aquisição utilizada ($Freq > Freq_{Nyquist}$).

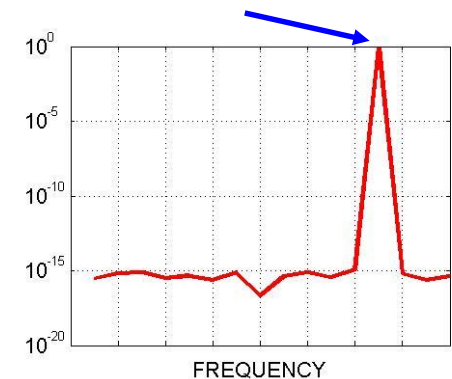
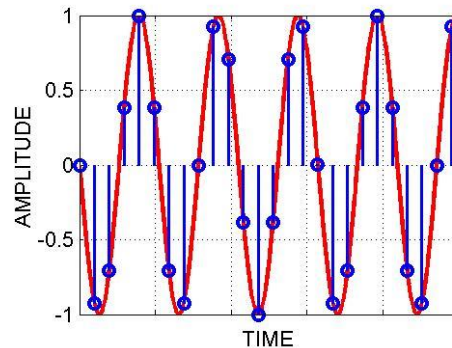
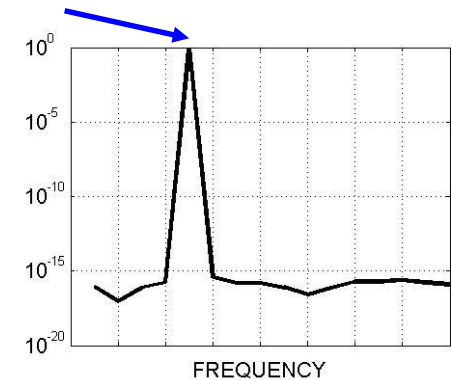
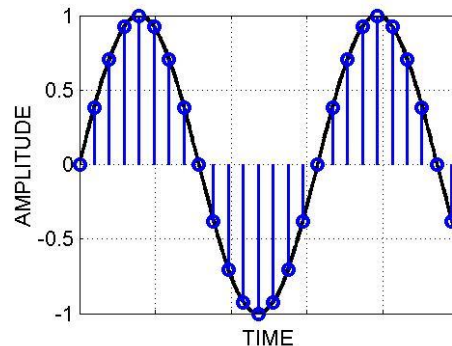
Se não for removido cria falsas frequências (aliasing).



Amostragem

- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência de Nyquist ($f_s/2$).

Frequências abaixo de Nyquist podem ser bem resolvidas com análise espectral (será vista no curso)



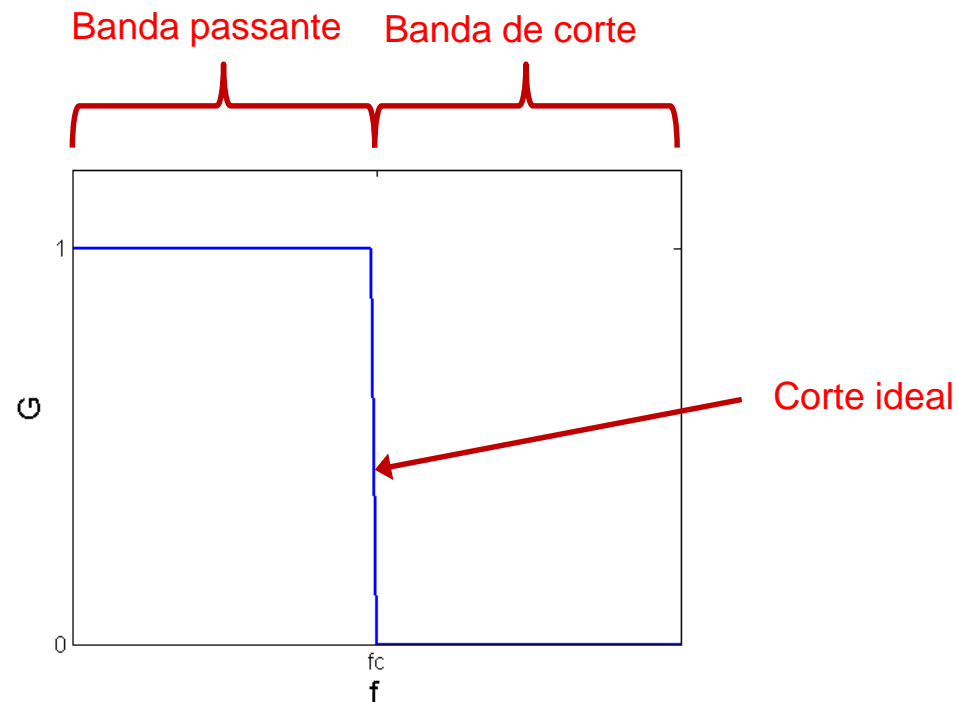
Filtros Analógicos

- Para se evitar falsas frequências utiliza-se filtros anti-alias analógicos para remover frequências acima de Nyquist, antes da digitalização. (*Na dúvida ver notas de Métodos Experimentais MEC2310*)
- Diferentes tipos e características



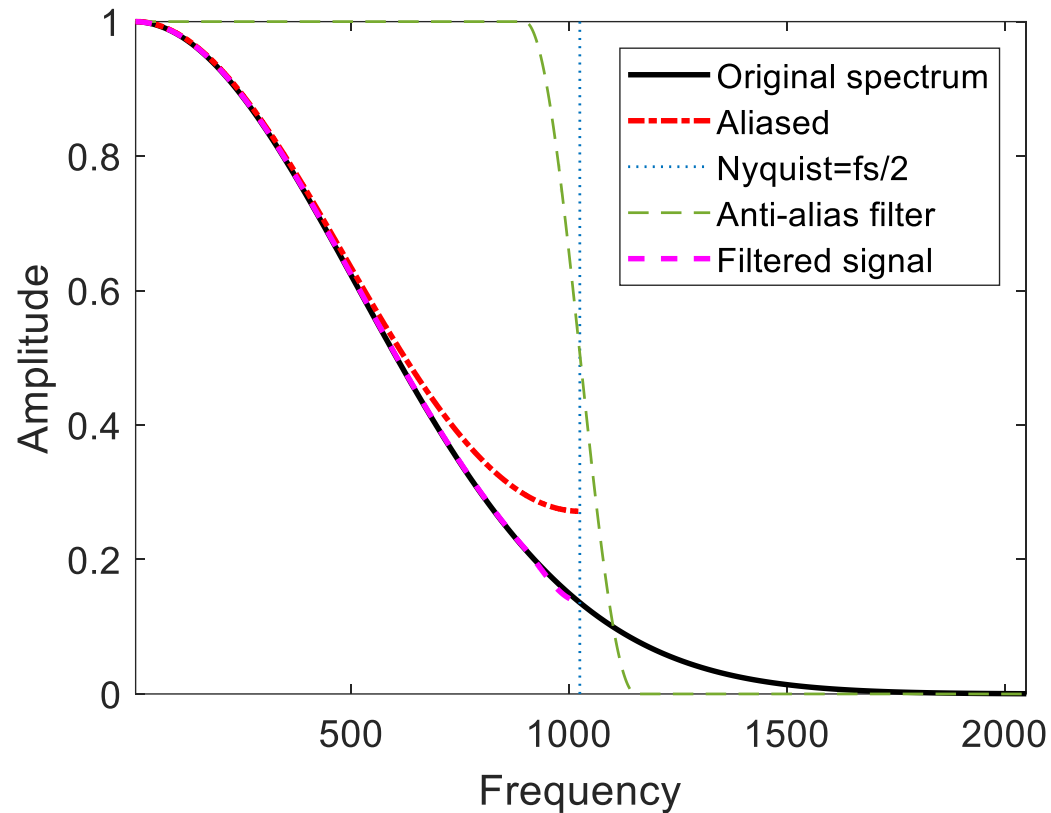
Filtros

- Filtros anti-alias são do tipo Passa-baixa e o funcionamento pode ser ilustrado com o diagrama a seguir.
- Na prática a função de corte de um filtro analógico é suave e portanto há uma banda de distorção.



Filtros analógicos

- Exemplo do efeito de um filtro na redução de falsas frequências

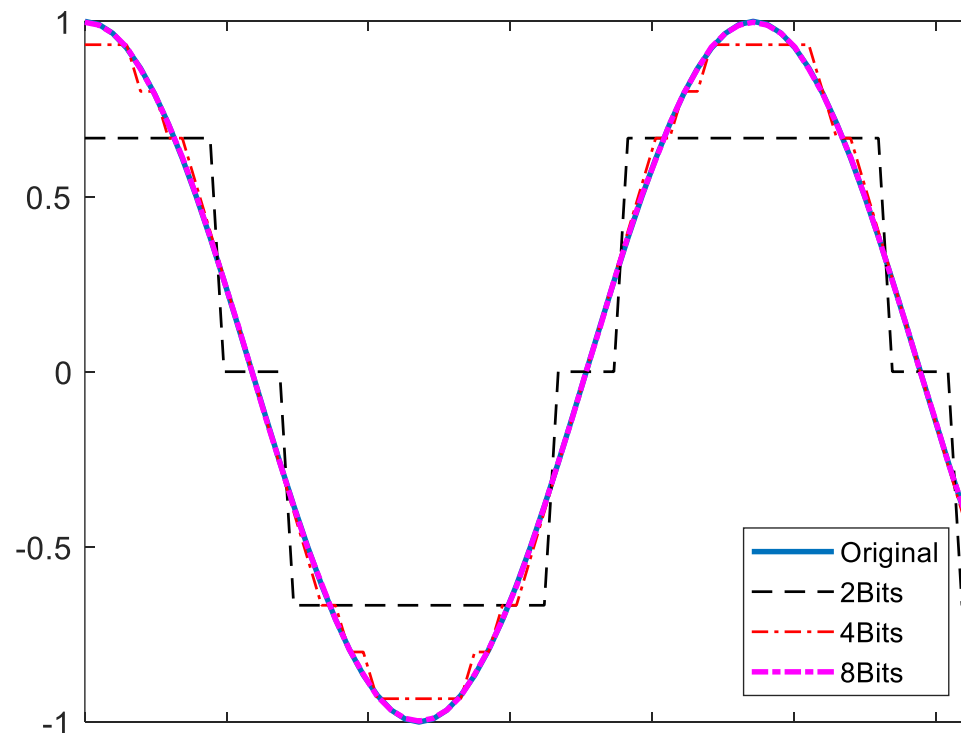


Resolução em amplitude

- Na conversão de um sinal analógico para digital, a amplitude também é representada com um número finito de intervalos discretos. O número de intervalos está associado a resolução
- Resolução em Bits:
- Normalmente a resolução é dada em bits e se refere ao número de intervalos discretos em que a faixa de medição do equipamento pode ser dividida.
- Ex.: Equipamento com faixa de medição: 0-10V e conversão A/D de 12Bits.
Número de intervalos discretos = $2^{12} = 4096$
 Δ Amplitude = $(10-0)/4096 = 0.0024V$ (resolução mínima)

Resolução em amplitude

➤ Resolução em Bits:



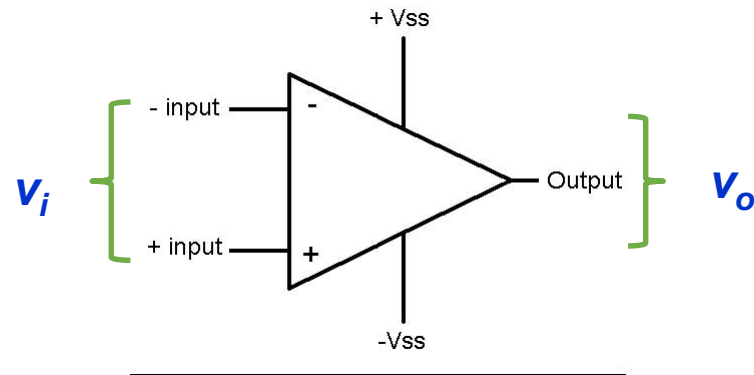
Resolução em amplitude

- Na prática, conversores Analógico/Digital (A/D) possuem número de bits e resolução fixos. (Sistemas que permitem a mudança de resolução possuem amplificadores acoplados)
- Logo, cabe ao usuário, ajustar o sinal para utilizar o maior número de intervalos discretos do conversor A/D.
- Para isso, utiliza-se amplificadores analógicos de tensão



Amplificadores

➤ Símbolo usado para representar um amplificador:



➤ A razão entre a entrada (v_i) e a saída (v_o) é o ganho do amplificador;

➤ Na faixa linear de operação do amplificador essa relação é simplesmente

$$G = \frac{v_o}{v_i}$$

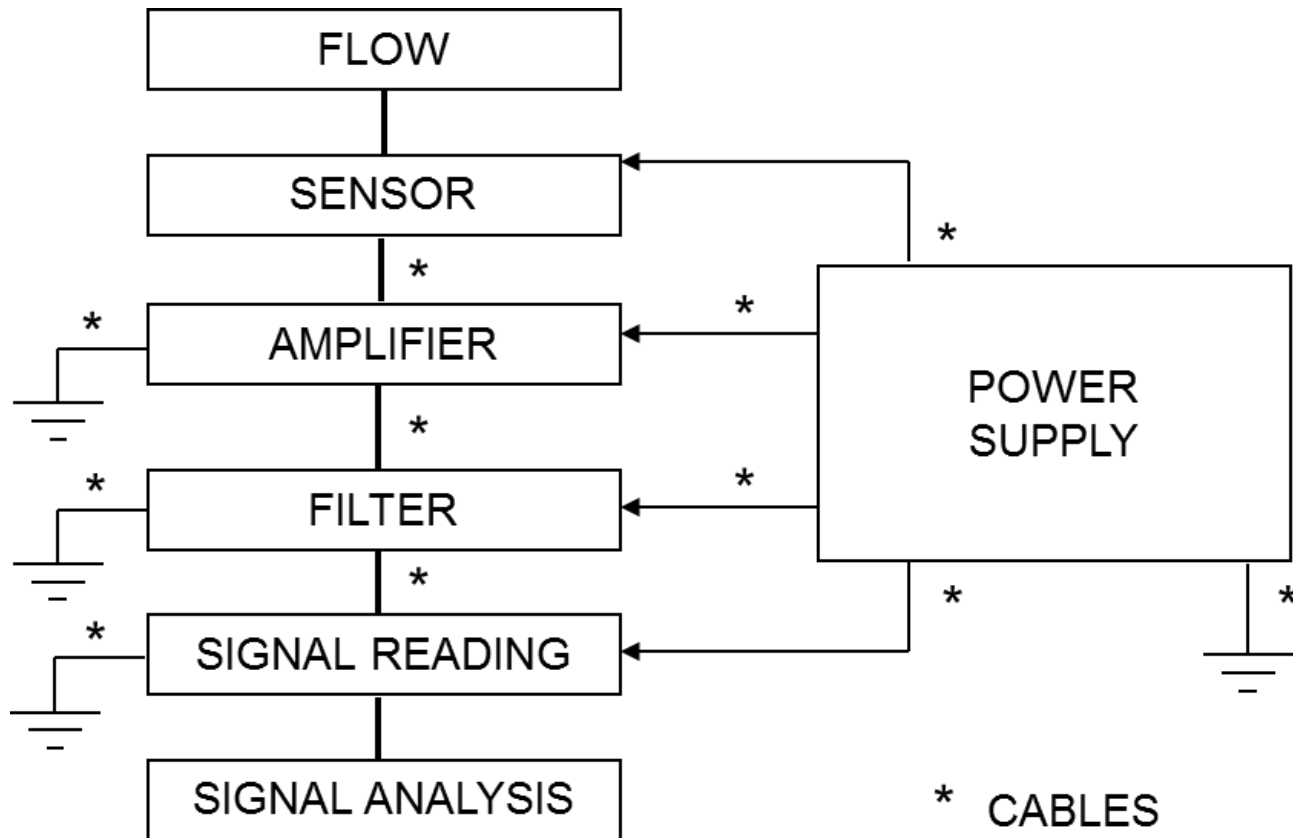
Amplificadores

- Um amplificador deve comportar-se como um multiplicador. Para isso é necessário atentar para correções de desbalanceamento do equipamento.



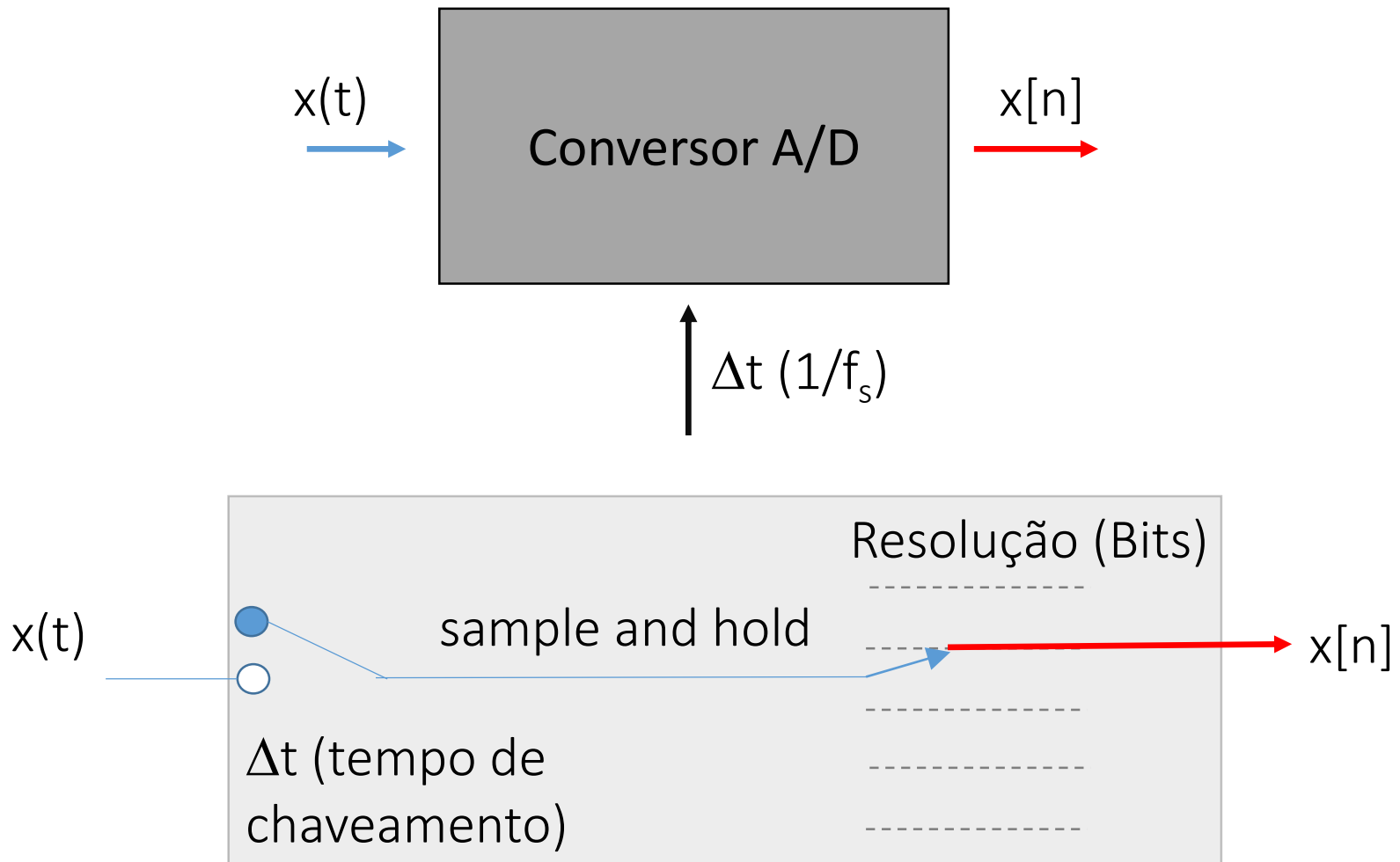
- A saída é limitada a valores de tensão máximos (Saturação)
- A relação de ganho é limitada a uma faixa de tensões (linear) e de frequências (frequência de corte)
- Pode ser aplicado ao sinal completo (DC) ou somente a parte alternada (AC)

Diagrama de processo de medição



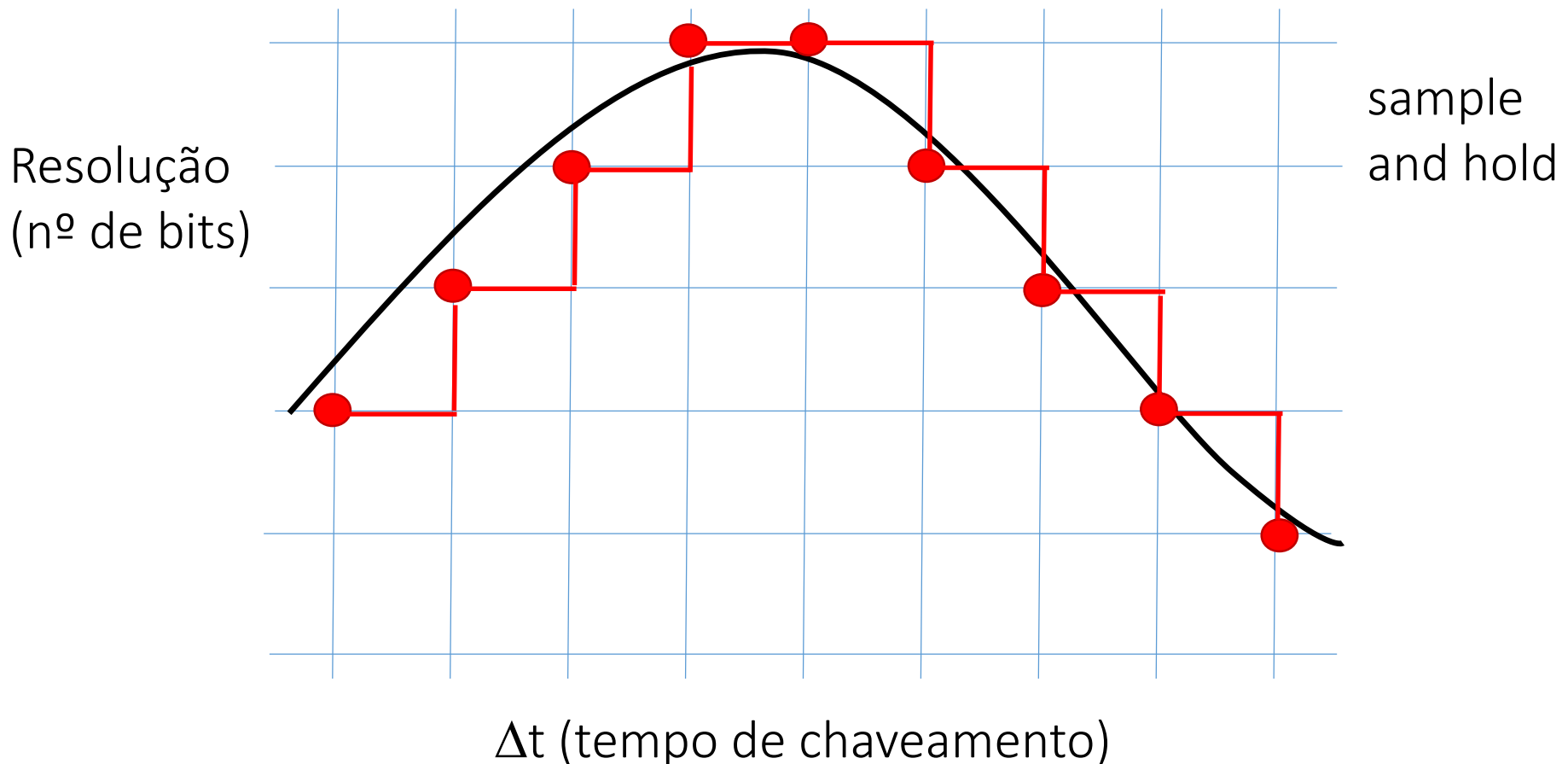
Conversores Analógico Digital

- Com base no que foi visto, os conversores A/D podem ser representados da seguinte forma:



Conversores Analógico Digital

- Logo, pode-se visualizar a discretização de um conversor A/D como:

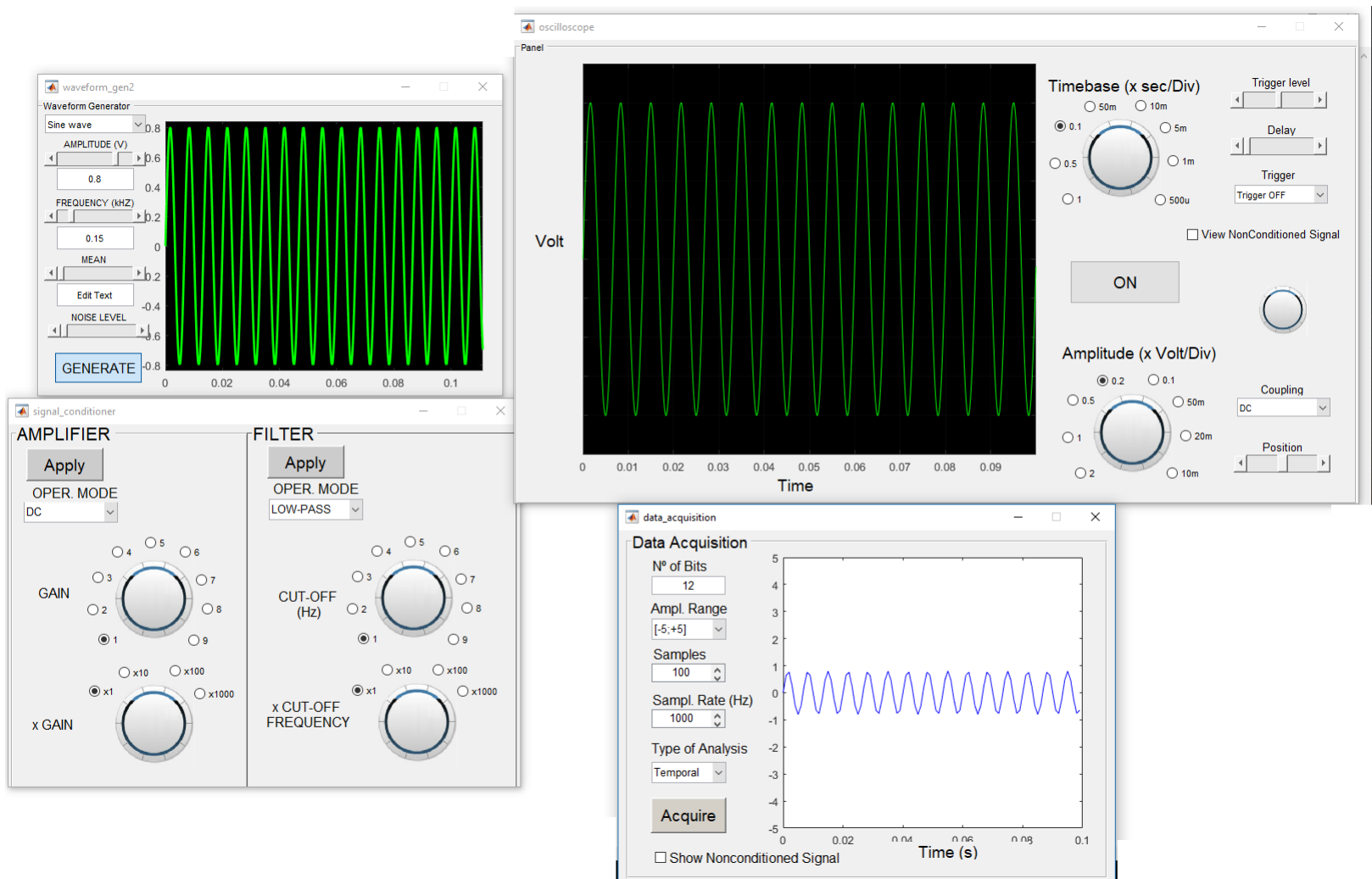


Conversores Analógico Digital

- Observa-se que quando se escolhe o intervalo de amostragem (Δt) e a resolução, define-se a malha de discretização do sinal.
- Os conceitos podem ser estendidos para simulações numéricas com intervalo de amostragem no espaço e no tempo.
- Assim, pode-se extrapolar o que foi visto para imagens, simulações numéricas e etc.

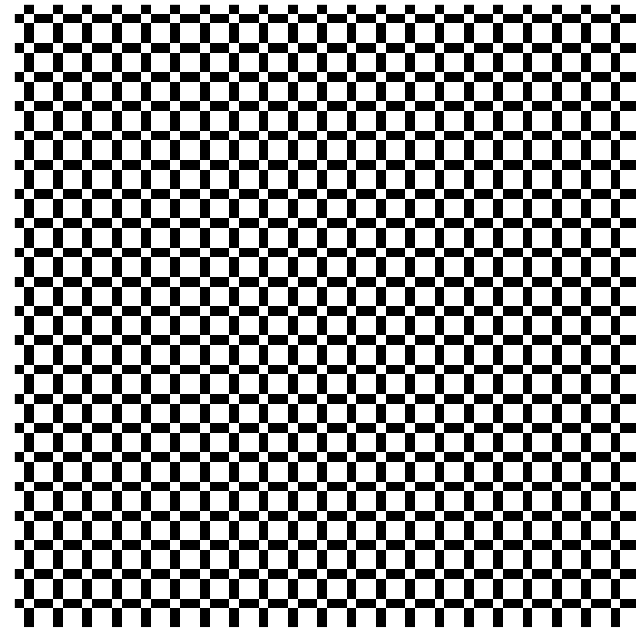
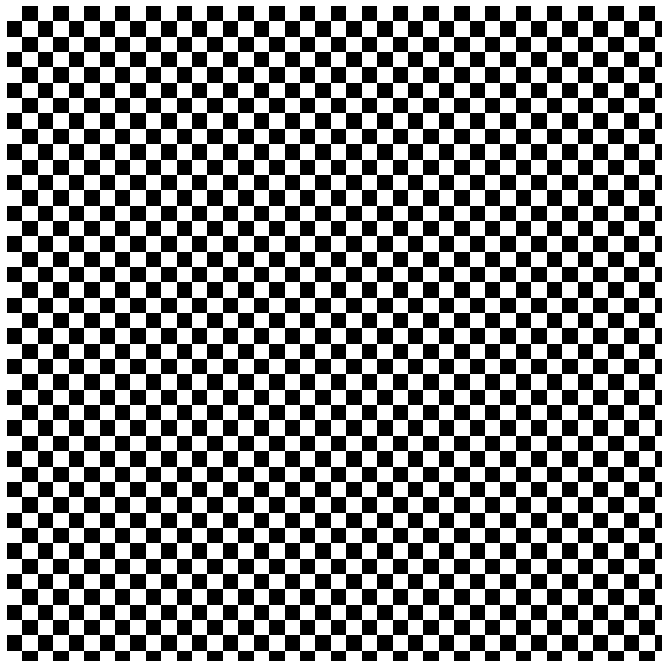
Prática – Laboratório Virtual

Download: <http://lef.mec.puc-rio.br/cursos/processamento-de-sinais/>



Prática – Aliasing em imagem

Ex. Mesmas imagens com diferentes resoluções. Exercícios em matlab



Exercício

Exercício 1) Elaborar um resumo sucinto sobre aliasing em sinais, imagens e simulações numéricas. Criar as próprias figuras para ilustrar o que foi descrito no resumo (Trabalho individual).

Exercício 2) Uso do laboratório virtual. Gerar sinal com amplitude AC da ordem de 20 vezes menor que a amplitude DC e um ruído de 50 vezes menor que a amplitude DC. Escrever relatório

- a. Observar sinal no osciloscópio, multímetro e sistema de aquisição
- b. Amplificar o sinal para que a parte AC fique com amplitude da ordem de $\pm 5V$.
- c. Efeito do modo de operação AC/DC (osciloscópio e amplificador). Verificar medidas com multímetro
- d. Utilizar filtro. Modos de operação
- e. Remover ruído do sinal gerado e verificar atenuação e atraso de fase
- f. Readicionar ruído e condicionar o sinal. Verificar medidas AC e DC no multímetro
- g. Aquisição de dados. Efeito da taxa de amostragem, Nyquist e falsas frequências.

Exercício

Exercício 3) Demonstrar efeito da resolução em bits sobre valor médio de um sinal (DC) e RMS (AC).

Sugestão: Manter a amplitude do sinal e variar a resolução

Exercício 4) Encontrar a frequência de espelhamento de um sinal amostrado a uma taxa de 750 amostras/s, quando

- a) A frequência do sinal for de 1000Hz
- b) A frequência do sinal for de 10500Hz
- c) A frequência do sinal for de 750Hz

Exercício 5) Fazer uma revisão sucinta (max 2 páginas) sobre os tipos de conversores AD encontrados comercialmente, chamando atenção para as diferenças de como o sinal é amostrado. Um aluno será sorteado para fazer uma apresentação rápida sobre o assunto.