

# Introdução aos sinais discretos e conversão de sinais analógicos para digitais

# Dispositivos de Medição Elétrica

- Usualmente, dois tipos de equipamentos são utilizados na medição de sinais elétricos:
- **Medidores analógicos:** são compostos apenas de componentes analógicos. Estes medidores são frequentemente encontrados em mostradores de equipamentos, devido a sua facilidade de leitura.
- **Medidores digitais:** esses tipos de medidores possuem um conversor Analógico-Digital para transformar o sinal elétrico analógico em um dado digital. São amplamente empregados para a aquisição e análise de sinais por computadores.

# Dispositivos Analógicos

Voltímetros  
Osciloscópios



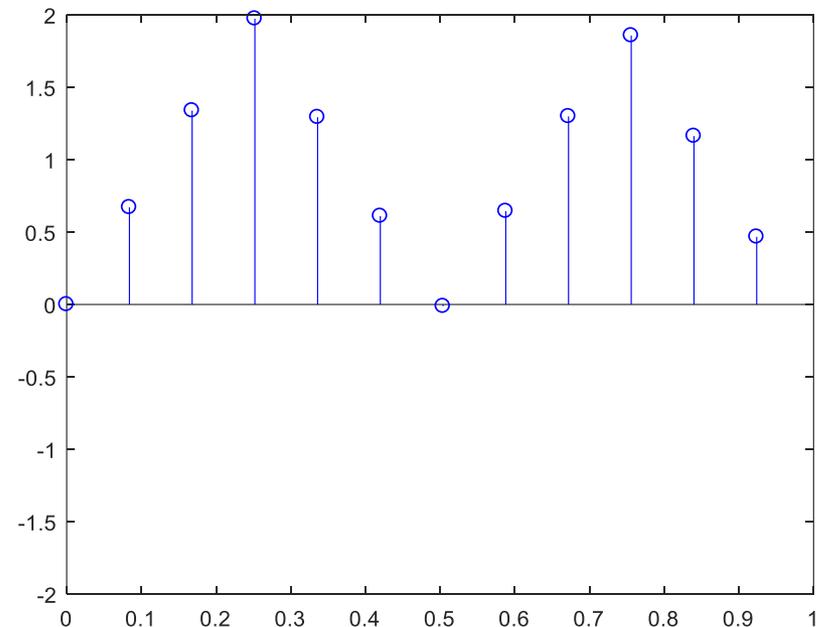
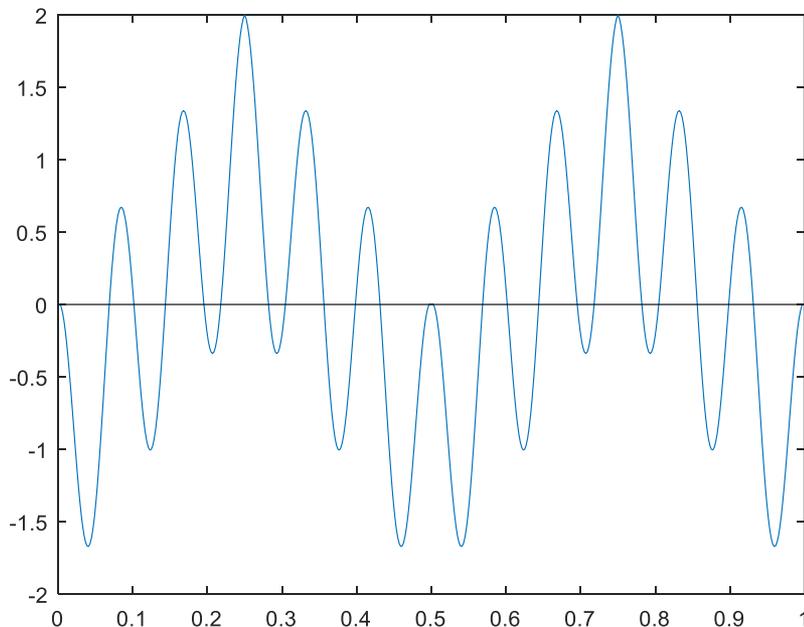
Sistemas de aquisição de dados





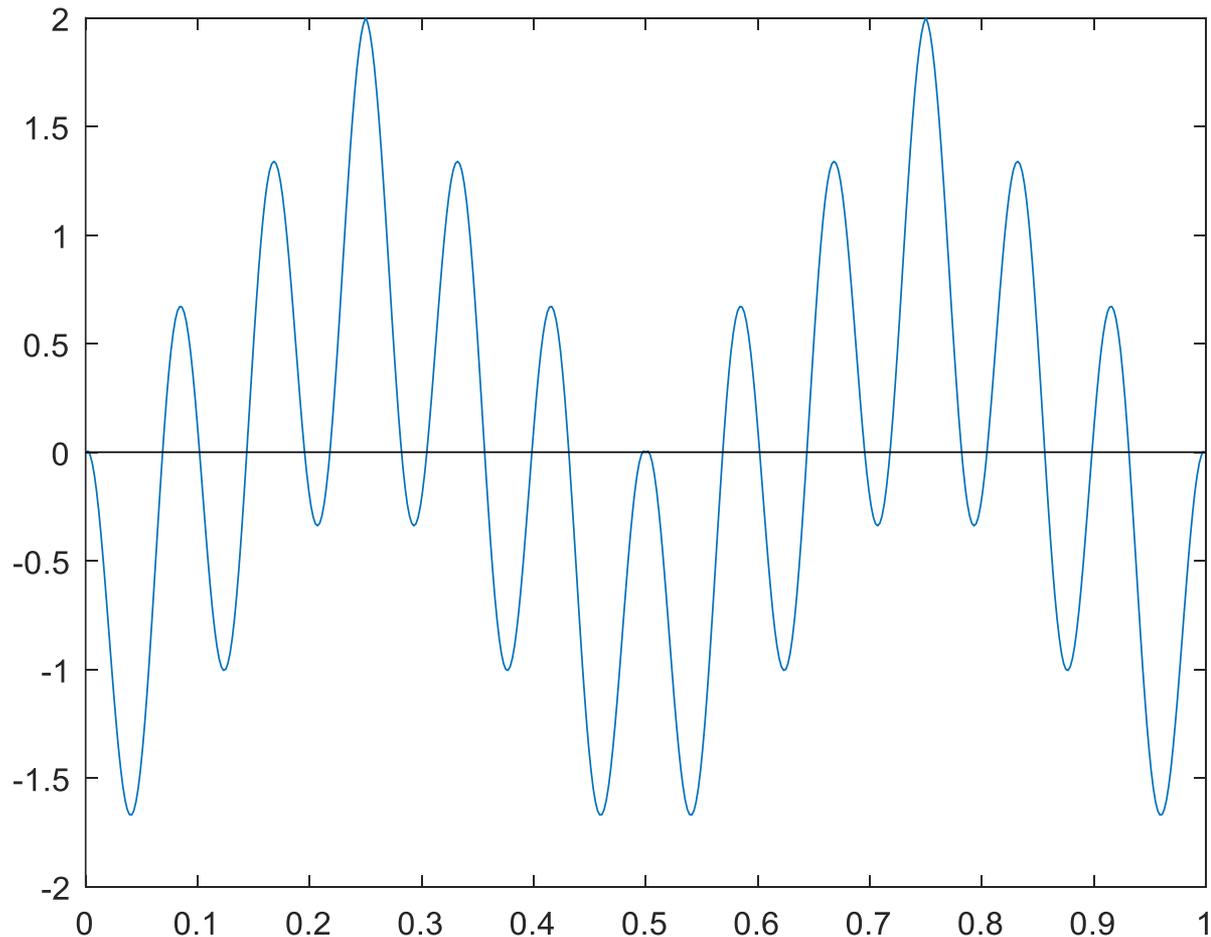
# Sinais Analógicos vs Digitais

- Quais as principais diferenças?
- Os dois sinais podem representar a mesma coisa?
- Exemplos:



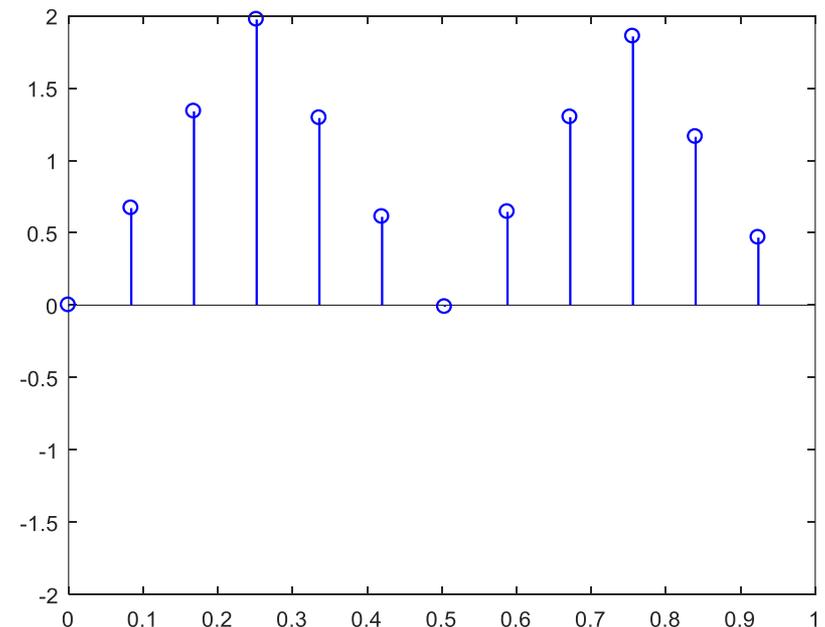
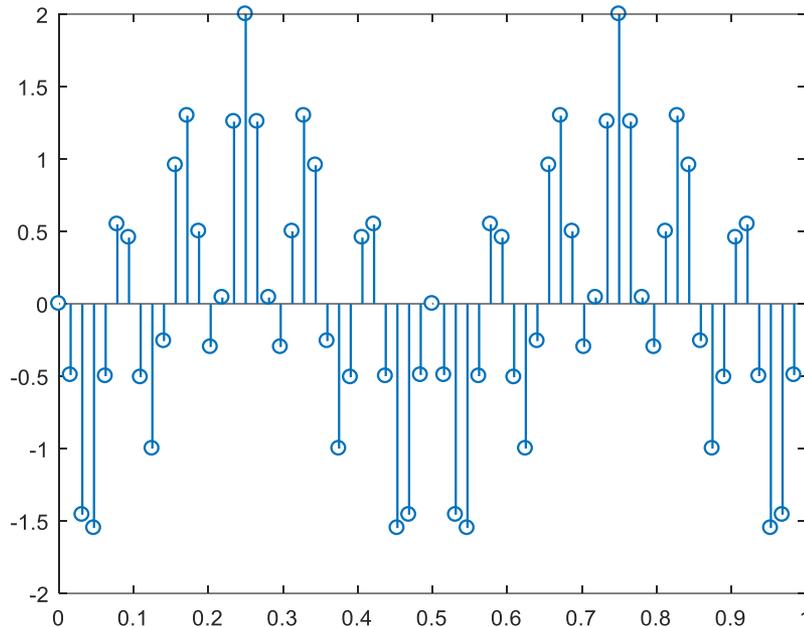
# Sinais Analógicos vs Digitais

- Um sinal contínuo contém um número infinito de amostras com resolução infinitesimal. Ex.: função seno ou cosseno



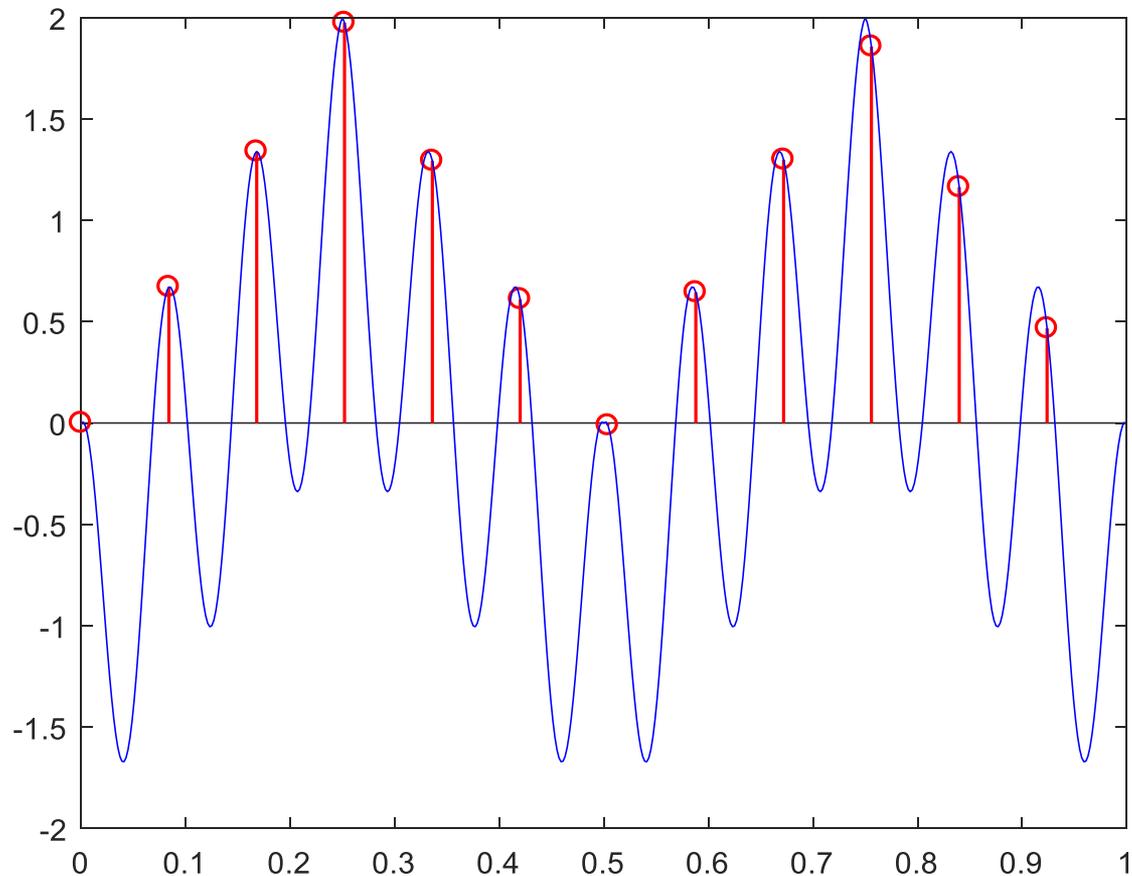
# Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



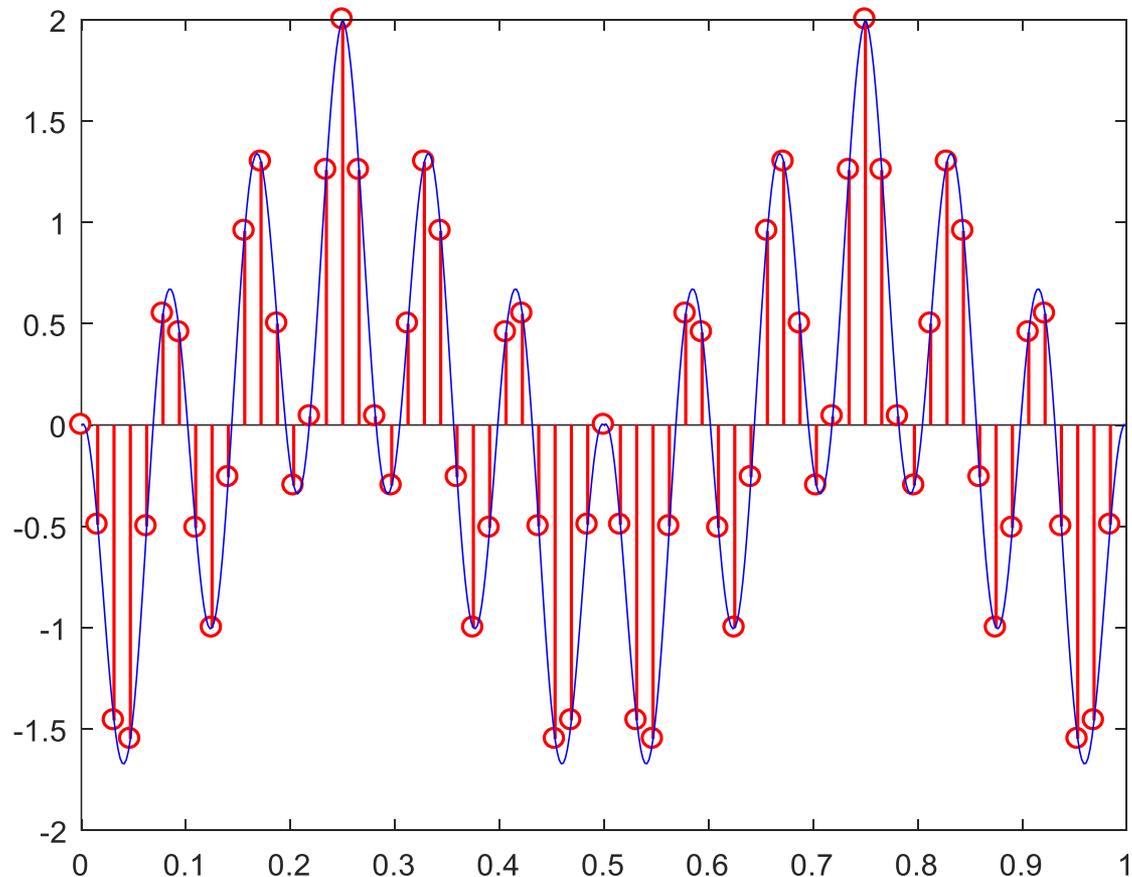
# Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



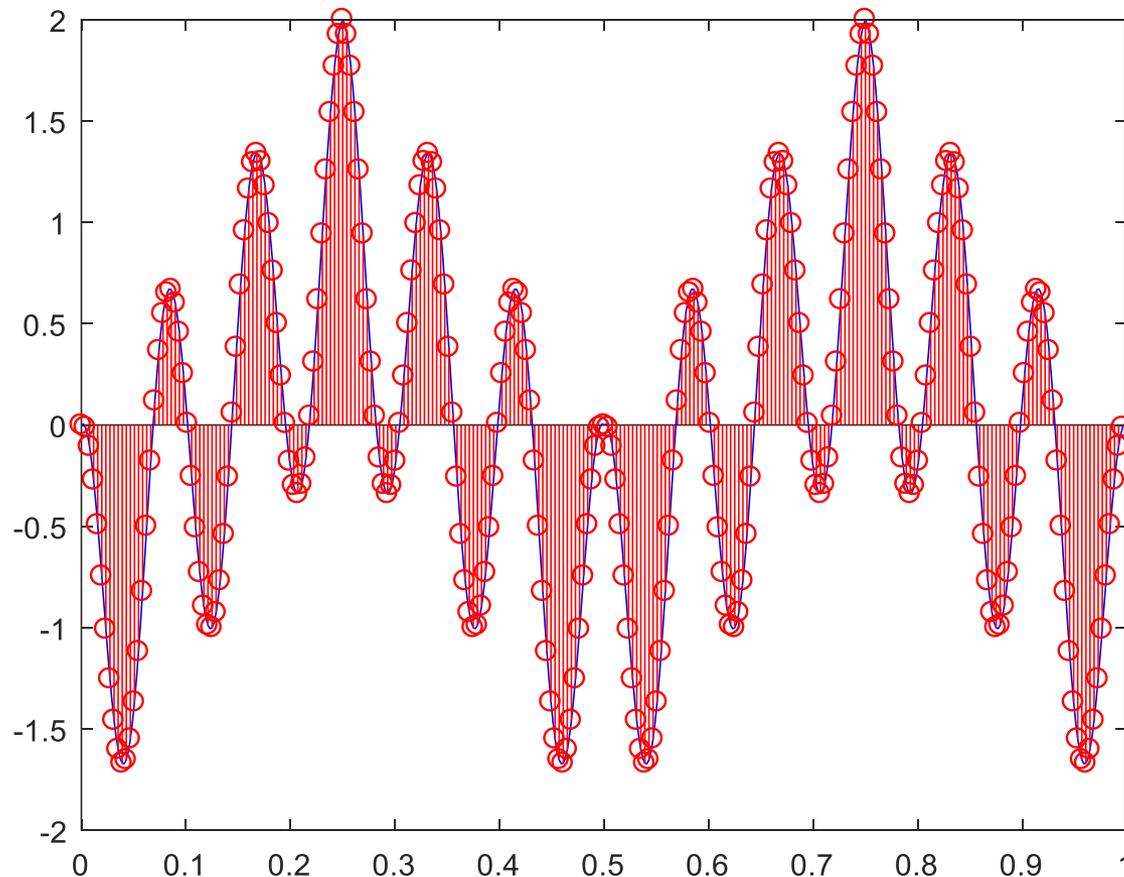
# Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



# Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



# Definições

- Representação em tempo contínuo :  $x(t)$

onde  $t$  é um numero real que representa a variável independente de tempo contínua

- Representação em tempo discreto :  $x[n]$ ,  $x(k\Delta t)$  ou  $x(k)$

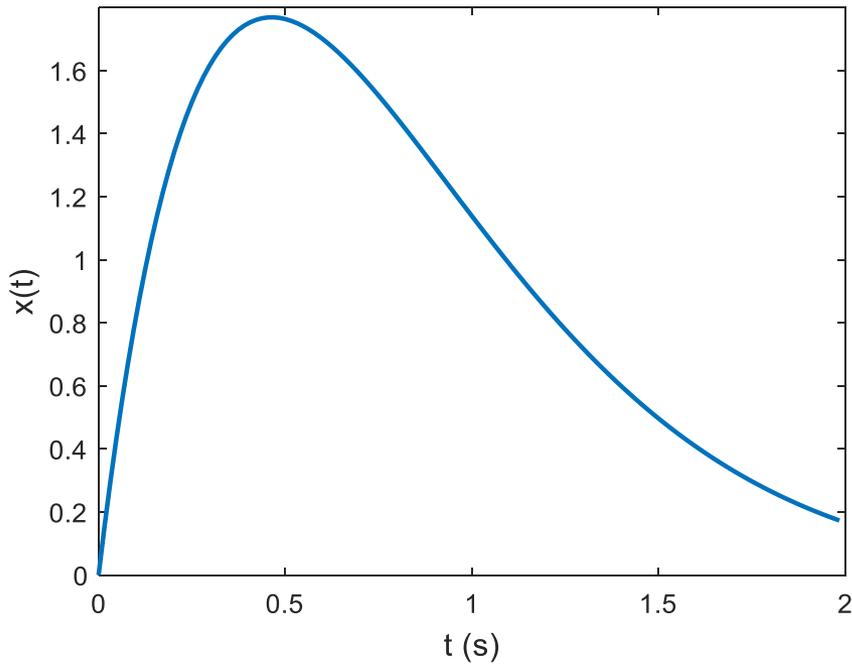
onde  $\Delta t$  é o intervalo de amostragem e  $k$  e  $n$  representam variáveis de tempo discretas

# Definições

➤ Exemplo:

Contínuo

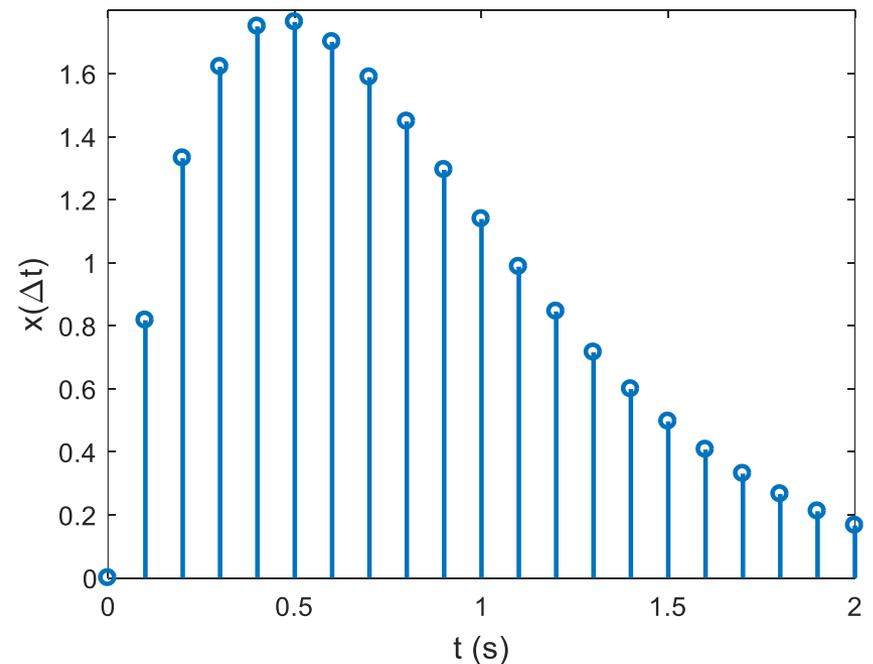
$$x(t) = 10e^{-2t} \text{sen}(t)$$



Discreto

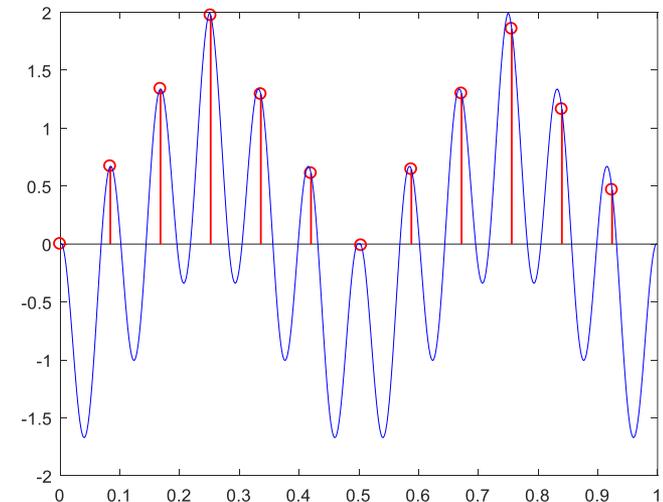
$$x(k\Delta t) = 10e^{-2k\Delta t} \text{sen}(k\Delta t)$$

com  $\Delta t = 0.1s$



# Sinais Analógicos vs Digitais

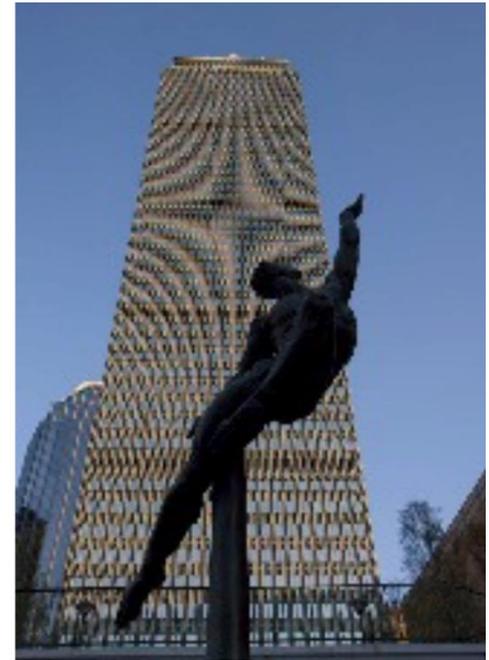
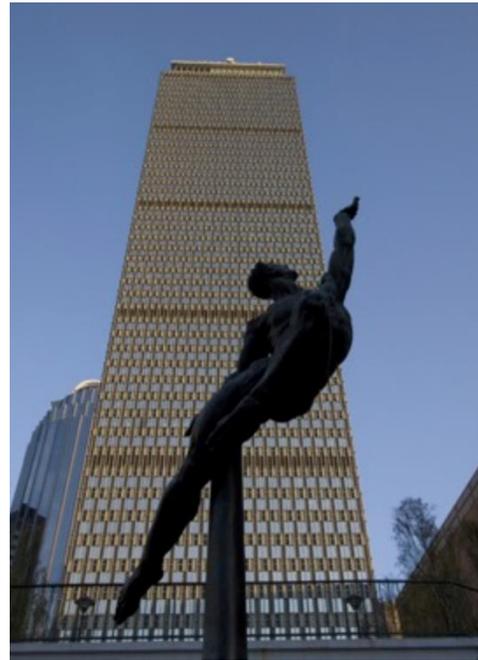
- Observa-se que essencialmente os dois sinais são diferentes
- No entanto, o sinal digital pode ser uma boa representação do contínuo, dependendo dos parâmetros de digitalização.
- Em alguns casos, o sinal digital pode representar somente uma parte o conteúdo de um sinal contínuo
- Logo, a definição do intervalo entre amostras ( $\Delta t$ ) é um parâmetro importante na digitalização de sinais



# Amostragem

- Com base no que já foi apresentado, é possível observar que uma amostragem insuficiente pode mascarar informações relevantes contidas no sinal contínuo.

- O mesmo pode acontecer em imagens:



- Como isso acontece? É possível evitar a perda de informações relevantes?

# Amostragem

- Quando amostramos um sinal senoidal de frequência  $\omega$ , temos

$$\begin{aligned}x[n] &= x(k\Delta t) \\ &= A \cdot \cos(2\pi\omega k\Delta t) \\ &= A \cdot \cos(2\pi\hat{\omega}k)\end{aligned}$$

- Pode-se notar que definimos uma nova frequência característica

$$\hat{\omega} = \omega \cdot \Delta t = \frac{\omega}{f_s}$$

Onde  $f_s$  é a taxa de amostragem ou  $1/\Delta t$ . Logo,  $\hat{\omega}$  pode ser entendido como uma frequência relativa em ciclos/amostra

# Amostragem

- Para valores de  $\hat{\omega}$  maiores que 1 (por exemplo,  $\hat{\omega}=1.2$ ), temos

$$x[n] = A. \cos(2\pi\hat{\omega}k) = A. \cos[2\pi(1 + 0.2)k]$$

$$x[n] = A. \cos[2k\pi + 2k\pi(0.2)k] = A. \cos[2k\pi(0.2)]$$

- Nesse caso, nota-se que os sinais discretos  $x[n]$  com  $\hat{\omega}=1.2$  e  $\hat{\omega}=0.2$ , são idênticos.

- Podemos ir um passo além. Sabendo que  $\cos(\theta)=\cos(-\theta)$ , e analisando a série discreta para um caso com  $\hat{\omega} = 0.8$ , temos

$$x[n] = A. \cos[2\pi(0.8)k] = A. \cos[2k\pi(1 - 0.2)]$$

$$x[n] = A. \cos[-2k\pi(0.2)] = A. \cos[2k\pi(0.2)k]$$

- Para senos a relação é similar, considerando-se uma fase.

# Amostragem

- Logo, pode-se notar que para qualquer  $|\hat{\omega}| > 0.5$ , é possível utilizar uma soma ou subtração de um período inteiro para se encontrar uma frequência equivalente com modulo mais baixo.

$$\hat{\omega}_{Aparente} = \begin{cases} rem(\hat{\omega}, 0.5) & \text{para } p = 0, 2, \dots \\ 0.5 - rem(\hat{\omega}, 0.5) & \text{para } p = 1, 3, \dots \end{cases}$$

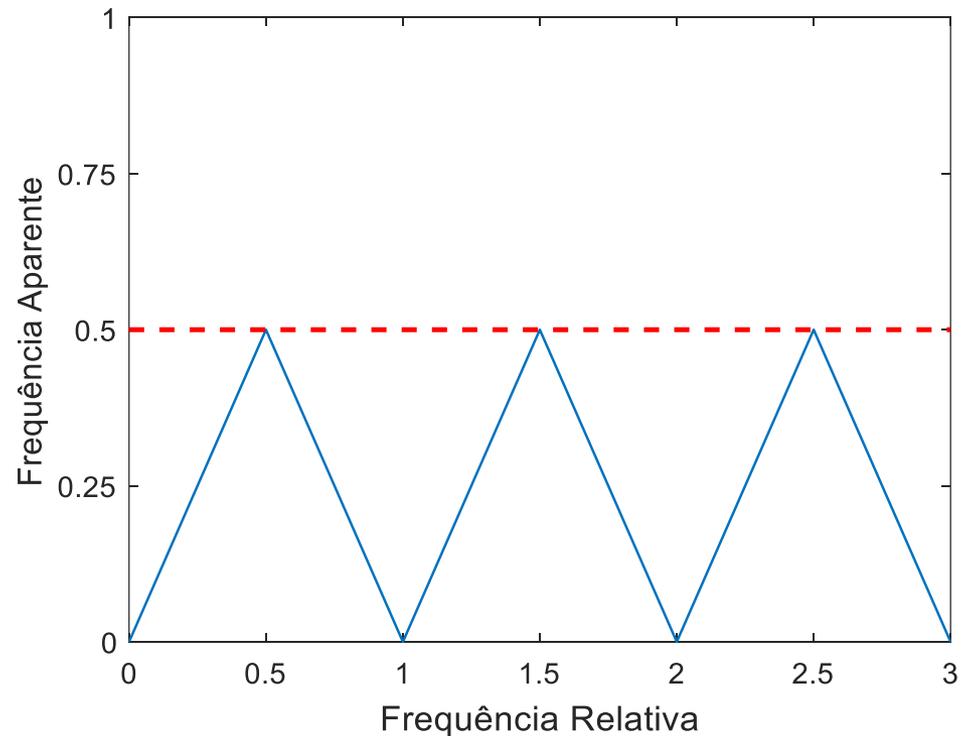
onde  $p = mod(\hat{\omega}, 0.5)$

- Logo:

$$\hat{\omega}_{max} = 0.5 = \frac{\omega}{f_s}$$

$$\omega_{max} = 0.5 f_s$$

Teorema de Shannon-Nyquist



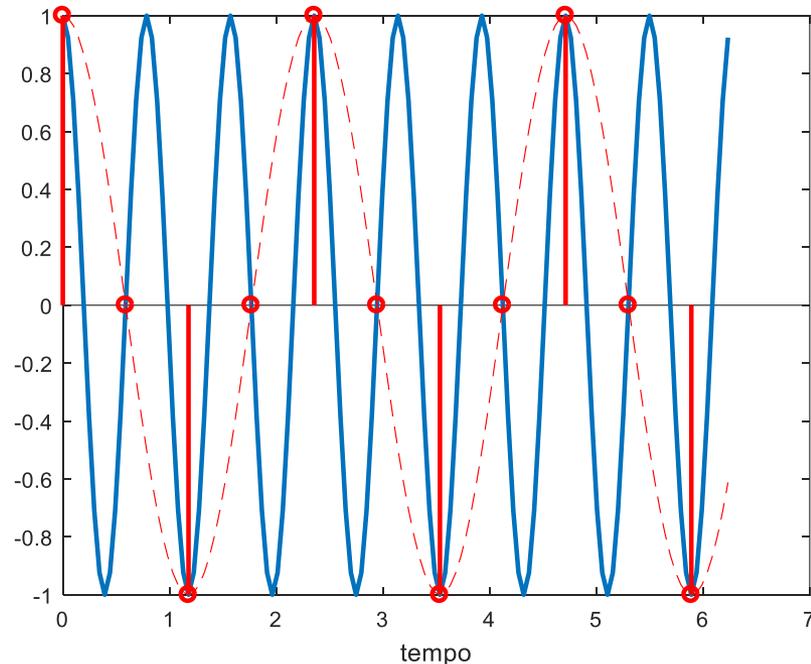
# Amostragem

- Qual a consequência do teorema de amostragem de Shannon-Nyquist?



# Amostragem

- Qual a consequência do teorema de amostragem de Shannon-Nyquist?



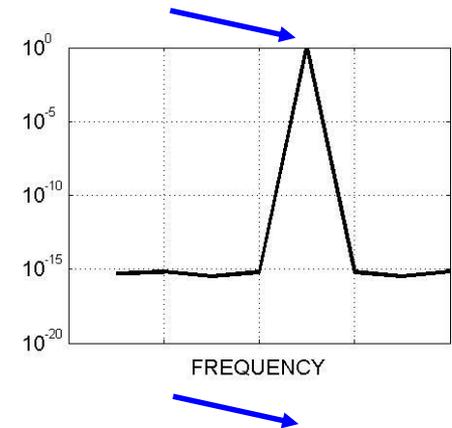
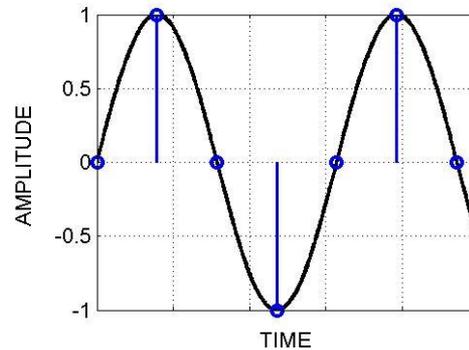
- Dois sinais com frequências diferentes podem ter a mesma representação discreta! Não é só a perda de informação, o sinal digitalizado pode representar uma falsa frequência!

# Amostragem

- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência de Nyquist ( $f_s/2$ ).

Sinal não pode ser resolvido com a frequência de aquisição utilizada ( $Freq > Freq_{Nyquist}$ ).

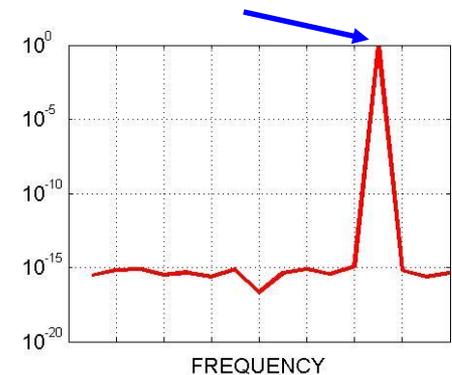
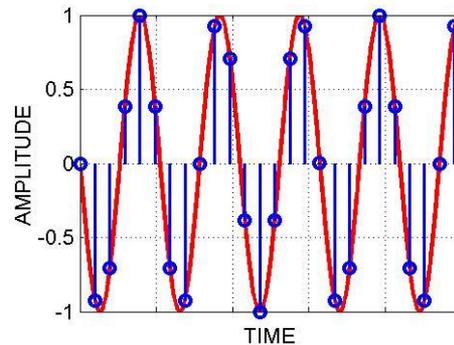
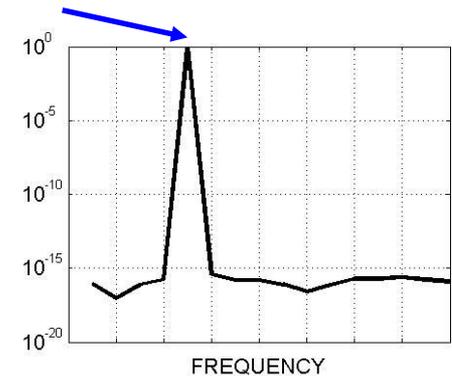
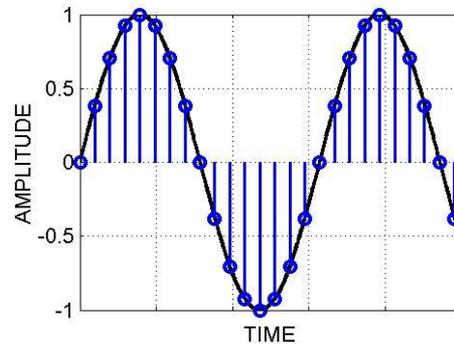
Se não for removido cria falsas frequências (aliasing).



# Amostragem

- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência de Nyquist ( $f_s/2$ ).

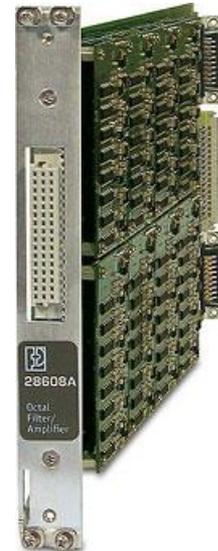
Frequências abaixo de Nyquist podem ser bem resolvidas com análise espectral (será vista no curso)





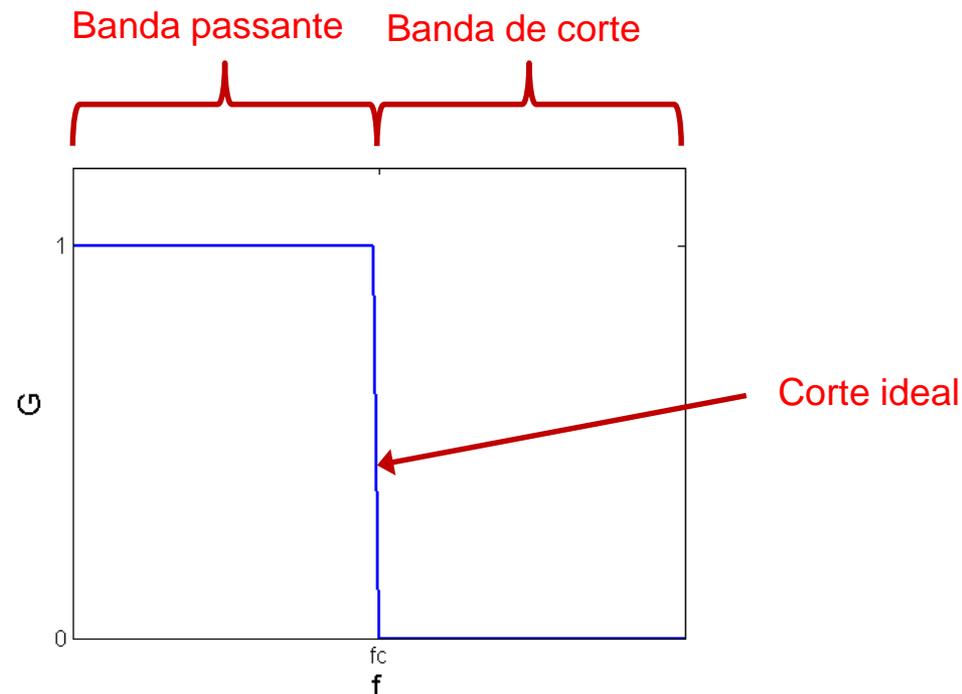
# Filtros Analógicos

- Para se evitar falsas frequências utiliza-se filtros anti-alias analógicos para remover frequências acima de Nyquist, antes da digitalização. (*Na dúvida ver notas de Métodos Experimentais MEC2310*)
- Diferentes tipos e características



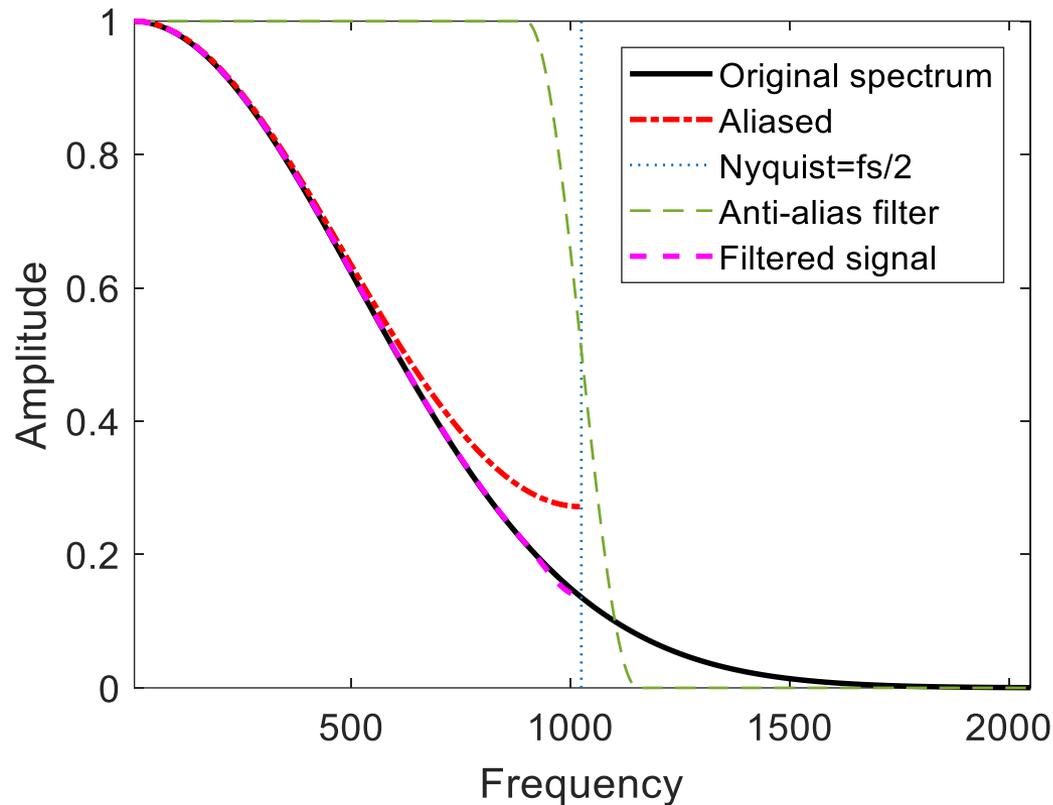
# Filtros

- Filtros anti-alias são do tipo Passa-baixa e o funcionamento pode ser ilustrado com o diagrama a seguir.
- Na prática a função de corte de um filtro analógico é suave e portanto há uma banda de distorção.



# Filtros analógicos

- Exemplo do efeito de um filtro na redução de falsas frequências

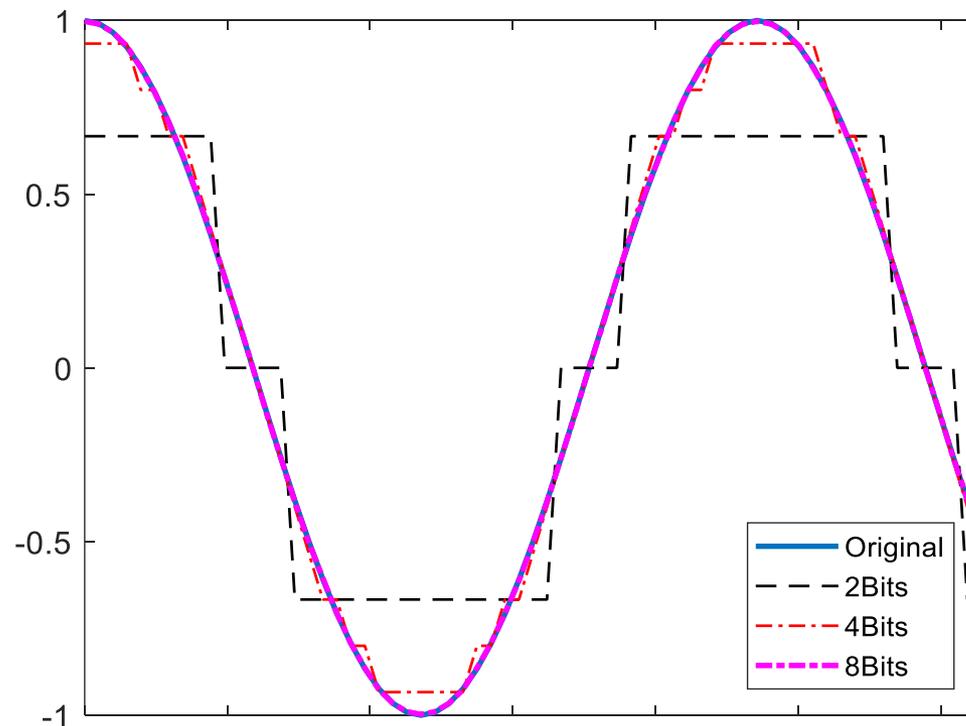


# Resolução em amplitude

- Na conversão de um sinal analógico para digital, a amplitude também é representada com um número finito de intervalos discretos. O número de intervalos está associado a resolução
- Resolução em Bits:
- Normalmente a resolução é dada em bits e se refere ao número de intervalos discretos em que a faixa de medição do equipamento pode ser dividida.
- Ex.: Equipamento com faixa de medição: 0-10V e conversão A/D de 12Bits.  
Número de intervalos discretos =  $2^{12} = 4096$   
 $\Delta$ Amplitude =  $(10-0)/4096 = 0.0024V$  (resolução mínima)

# Resolução em amplitude

➤ Resolução em Bits:



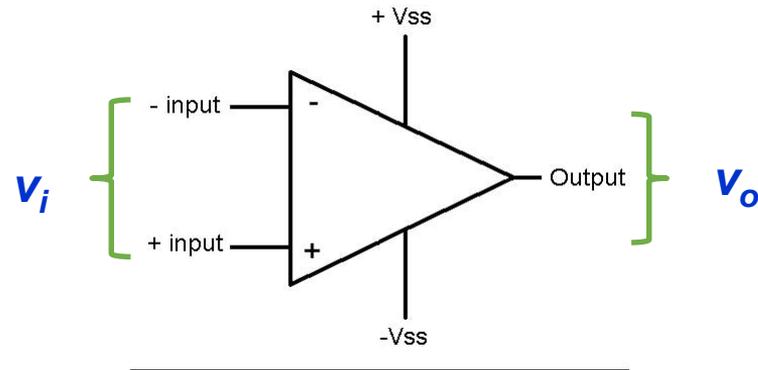
# Resolução em amplitude

- Na prática, conversores Analógico/Digital (A/D) possuem número de bits e resolução fixos. (Sistemas que permitem a mudança de resolução possuem amplificadores acoplados)
- Logo, cabe ao usuário, ajustar o sinal para utilizar o maior número de intervalos discretos do conversor A/D.
- Para isso, utiliza-se amplificadores analógicos de tensão



# Amplificadores

➤ Símbolo usado para representar um amplificador:



➤ A razão entre a entrada ( $v_i$ ) e a saída ( $v_o$ ) é o ganho do amplificador;

➤ Na faixa linear de operação do amplificador essa relação é simplesmente

$$G = \frac{v_o}{v_i}$$

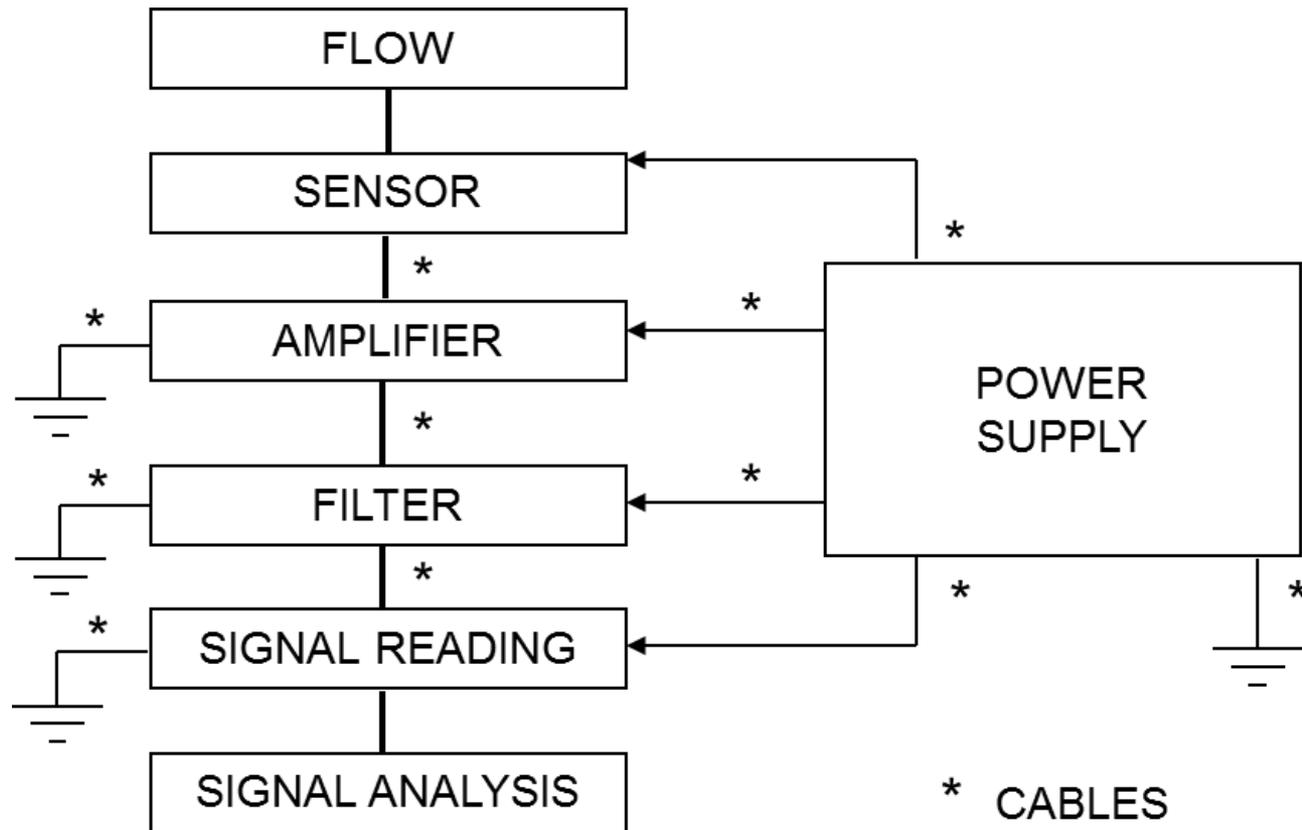
# Amplificadores

- Um amplificador deve comportar-se como um multiplicador. Para isso é necessário atentar para correções de desbalanceamento do equipamento.



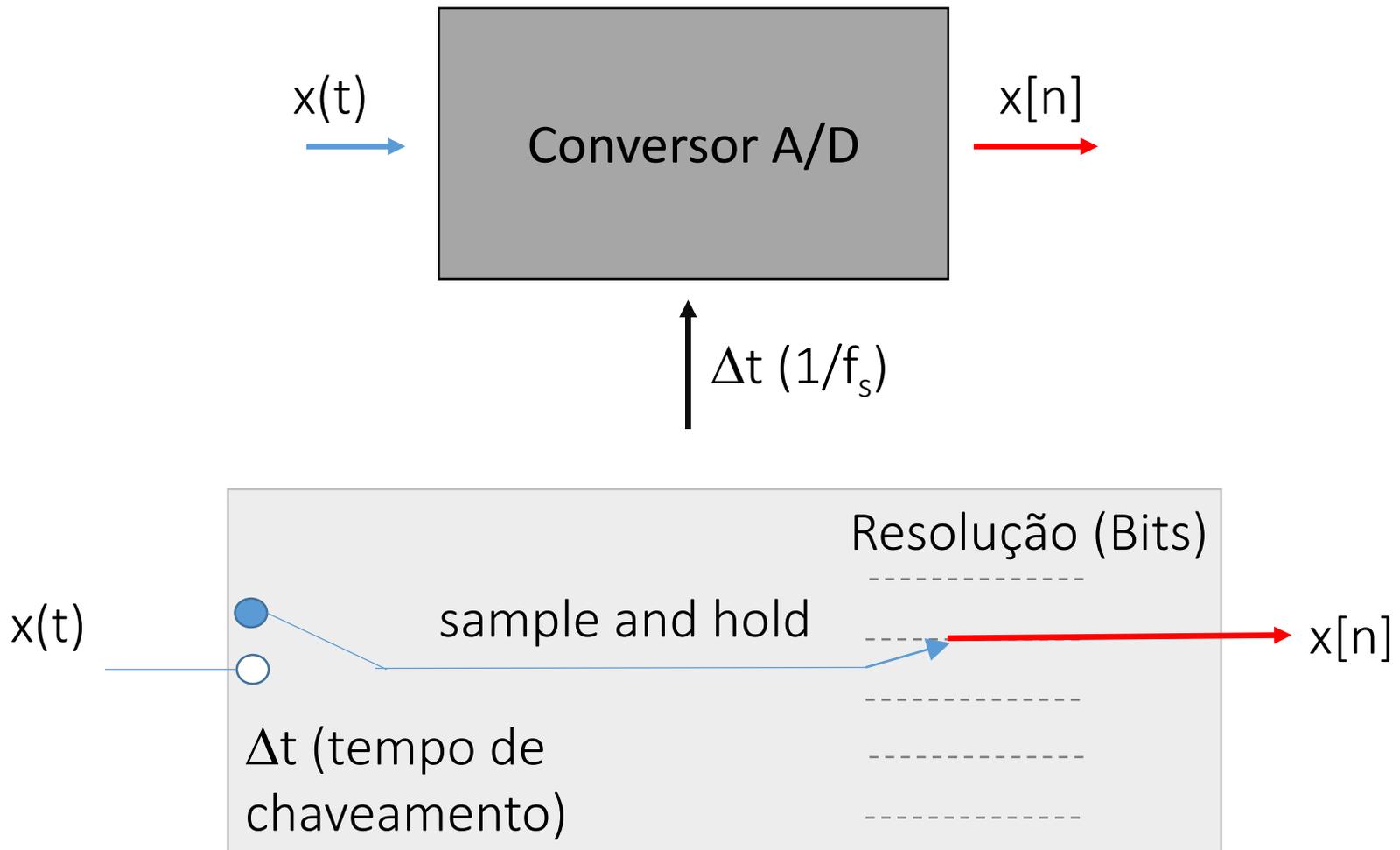
- A saída é limitada a valores de tensão máximos (Saturação)
- A relação de ganho é limitada a uma faixa de tensões (linear) e de frequências (frequência de corte)
- Pode ser aplicado ao sinal completo (DC) ou somente a parte alternada (AC)

# Diagrama de processo de medição



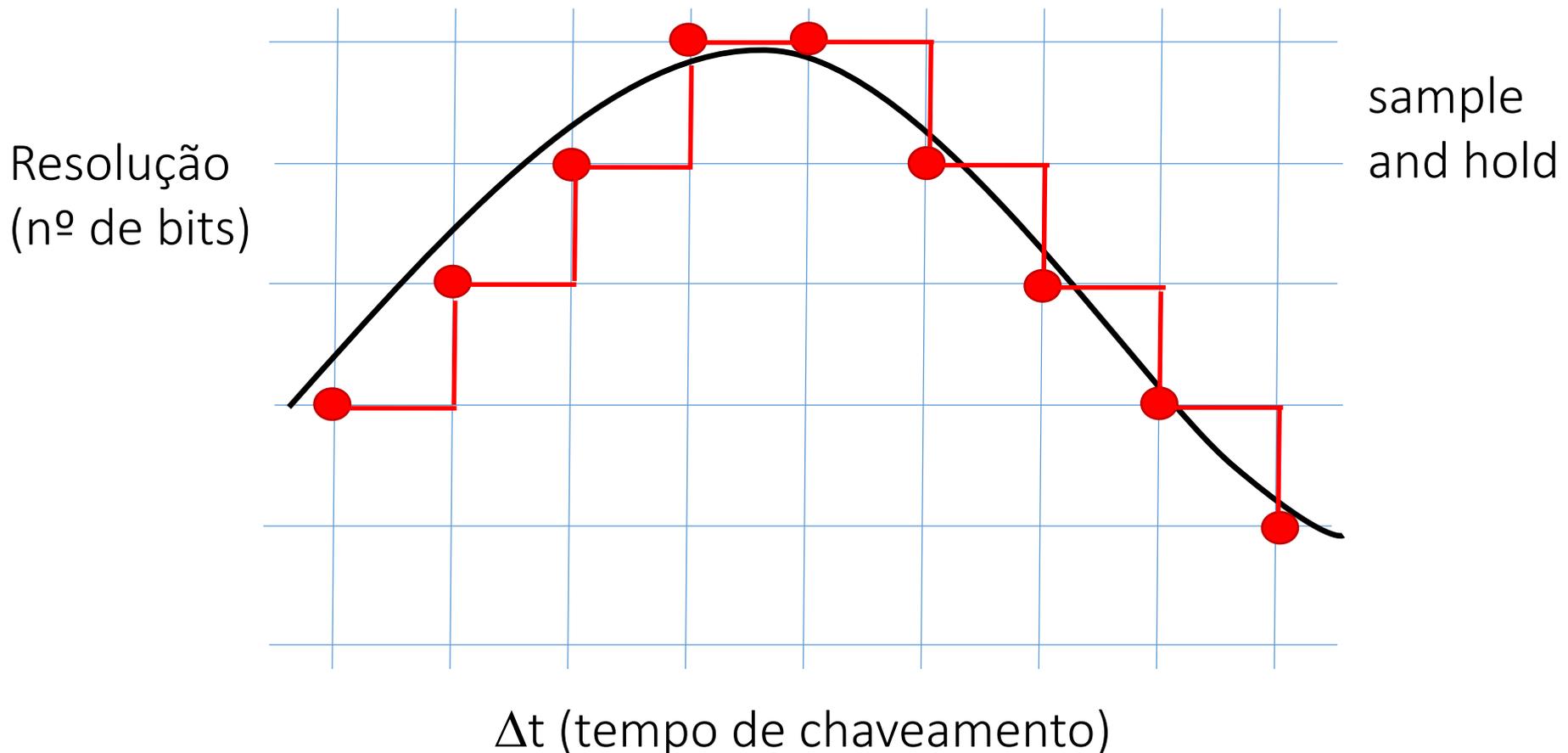
# Conversores Analógico Digital

- Com base no que foi visto, os conversores A/D podem ser representados da seguinte forma:



# Conversores Analógico Digital

- Logo, pode-se visualizar a discretização de um conversor A/D como:

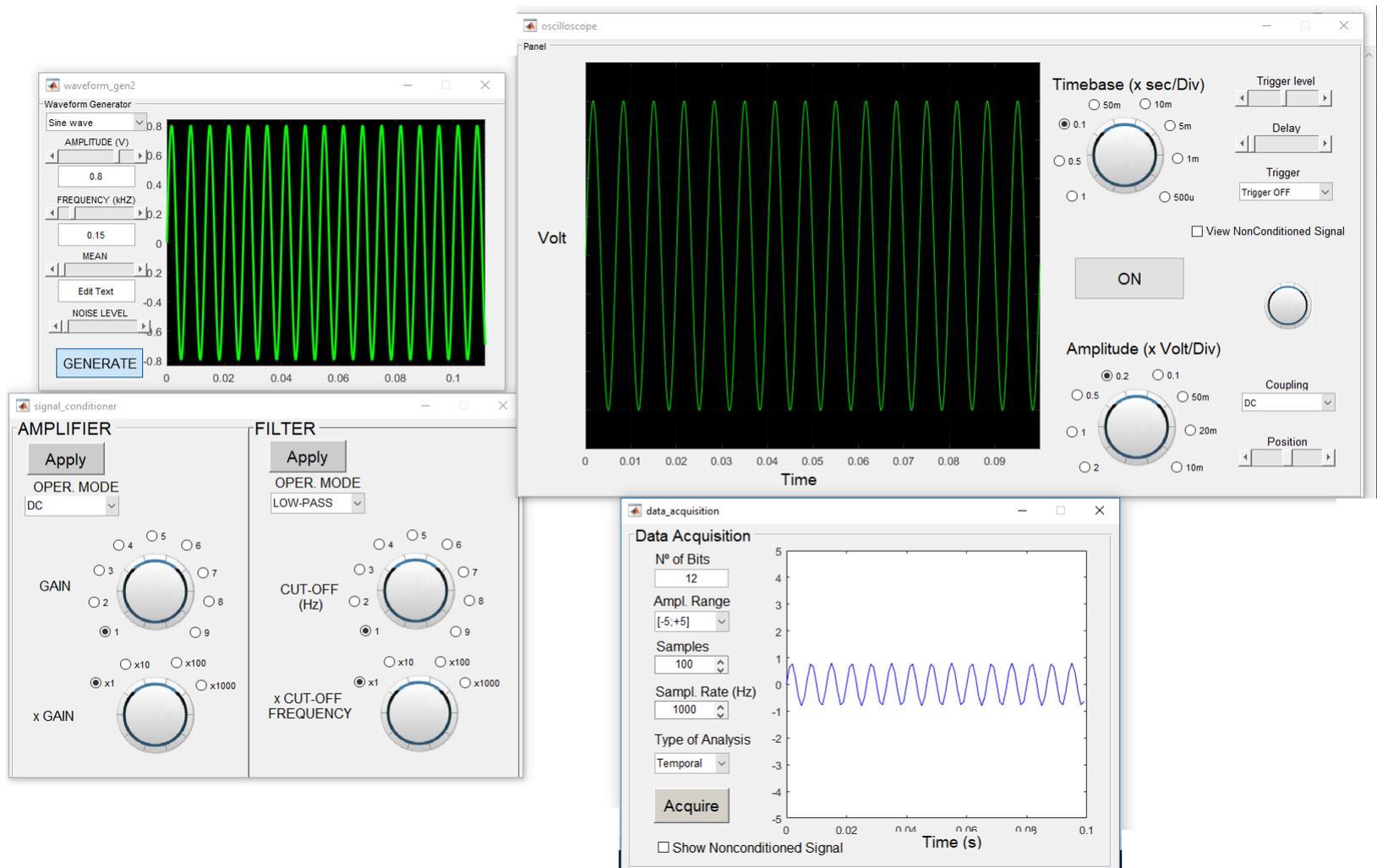


# Conversores Analógico Digital

- Observa-se que quando se escolhe o intervalo de amostragem ( $\Delta t$ ) e a resolução, define-se a malha de discretização do sinal.
- Os conceitos podem ser estendidos para simulações numéricas com intervalo de amostragem no espaço e no tempo.
- Assim, pode-se extrapolar o que foi visto para imagens, simulações numéricas e etc.

# Prática – Laboratório Virtual

Download: <http://lef.mec.puc-rio.br/cursos/processamento-de-sinais/>

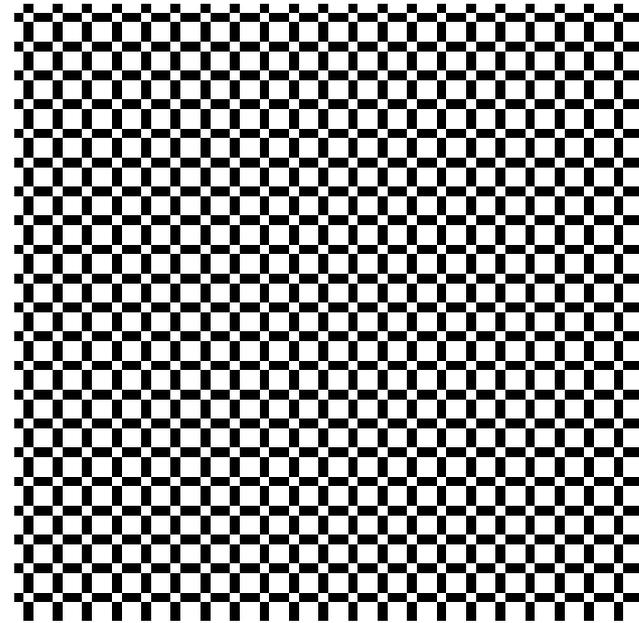
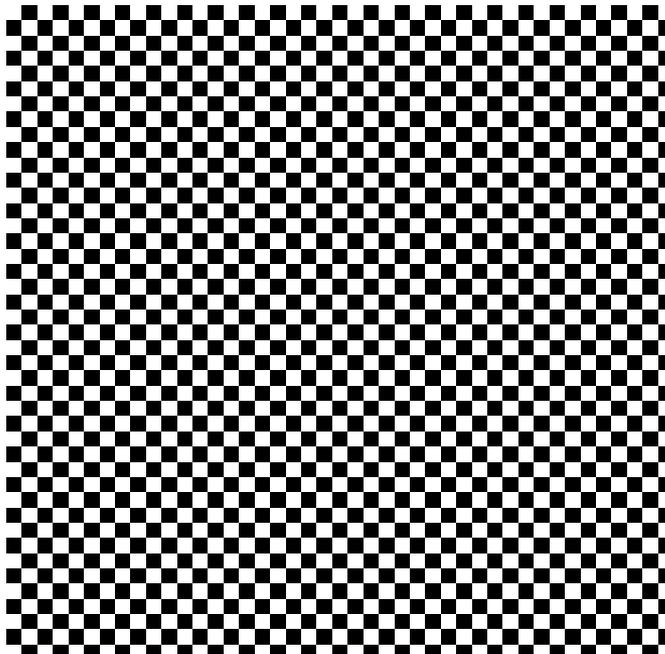


The image displays a virtual laboratory interface with four main windows:

- waveform\_gen2 (Waveform Generator):** Shows a sine wave with a peak-to-peak amplitude of 0.8 V and a frequency of 0.15 kHz. The waveform is plotted on a grid with time from 0 to 0.1 seconds.
- signal\_conditioner (Signal Conditioner):** Contains two sections: **AMPLIFIER** and **FILTER**. The amplifier section has controls for OPER. MODE (DC), GAIN (1-9), and x GAIN (x1, x10, x100, x1000). The filter section has controls for OPER. MODE (LOW-PASS), CUT-OFF (Hz) (1-9), and x CUT-OFF FREQUENCY (x1, x10, x100, x1000).
- oscilloscope:** Displays a green sine wave on a black background. The vertical axis is labeled "Volt" and the horizontal axis is "Time". Controls include Timebase (x sec/Div) with a knob set to 0.1, Amplitude (x Volt/Div) with a knob set to 0.2, Trigger level, Delay, Trigger (Trigger OFF), and Coupling (DC).
- data\_acquisition (Data Acquisition):** Shows a blue sine wave on a white background. The vertical axis ranges from -5 to 5 and the horizontal axis is "Time (s)" from 0 to 0.1. Controls include Nº of Bits (12), Ampl. Range ([-5,+5]), Samples (100), and Sampl. Rate (Hz) (1000). The Type of Analysis is set to Temporal.

# Prática – Aliasing em imagem

Ex. Mesmas imagens com diferentes resoluções. Exercícios em matlab



# Exercício

**Exercício 1)** Elaborar um resumo sucinto sobre aliasing em sinais, imagens e simulações numéricas. Criar as próprias figuras para ilustrar o que foi descrito no resumo (Trabalho individual).

**Exercício 2)** Uso do laboratório virtual. Gerar sinal com amplitude AC da ordem de 20 vezes menor que a amplitude DC e um ruído de 50 vezes menor que a amplitude DC. Escrever relatório

- a. Observar sinal no osciloscópio, multímetro e sistema de aquisição
- b. Amplificar o sinal para que a parte AC fique com amplitude da ordem de  $\pm 5V$ .
- c. Efeito do modo de operação AC/DC (osciloscópio e amplificador). Verificar medidas com multímetro
- d. Utilizar filtro. Modos de operação
- e. Remover ruído do sinal gerado e verificar atenuação e atraso de fase
- f. Readicionar ruído e condicionar o sinal. Verificar medidas AC e DC no multímetro
- g. Aquisição de dados. Efeito da taxa de amostragem, Nyquist e falsas frequências.

# Exercício

**Exercício 3)** Demonstrar efeito da resolução em bits sobre valor médio de um sinal (DC) e RMS (AC).

Sugestão: Manter a amplitude do sinal e variar a resolução

**Exercício 4)** Encontrar a frequência de espelhamento de um sinal amostrado a uma taxa de 750 amostras/s, quando

- a) A frequência do sinal for de 1000Hz
- b) A frequência do sinal for de 10500Hz
- c) A frequência do sinal for de 750Hz

**Exercício 5)** Fazer uma revisão sucinta (max 2 páginas) sobre os tipos de conversores AD encontrados comercialmente, chamando atenção para as diferenças de como o sinal é amostrado. Um aluno será sorteado para fazer uma apresentação rápida sobre o assunto.