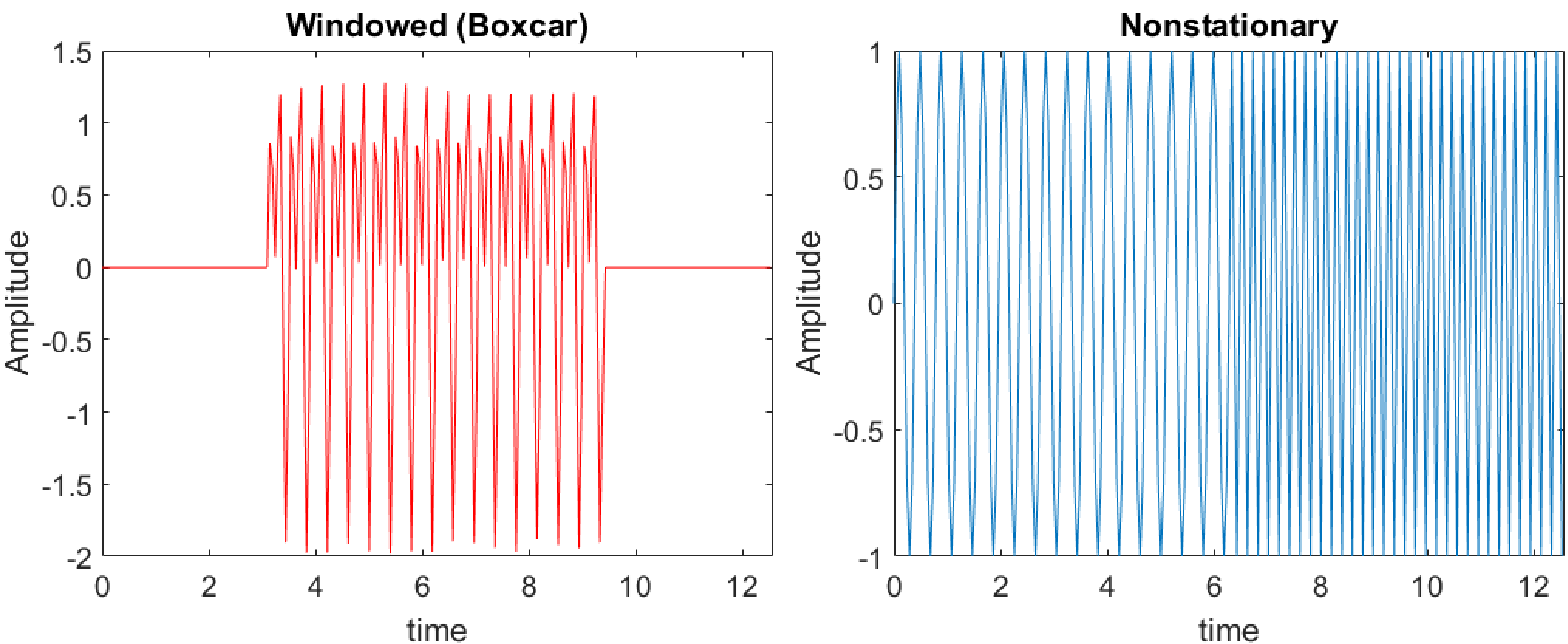
Introdução a análise temporal-espectral

Introdução

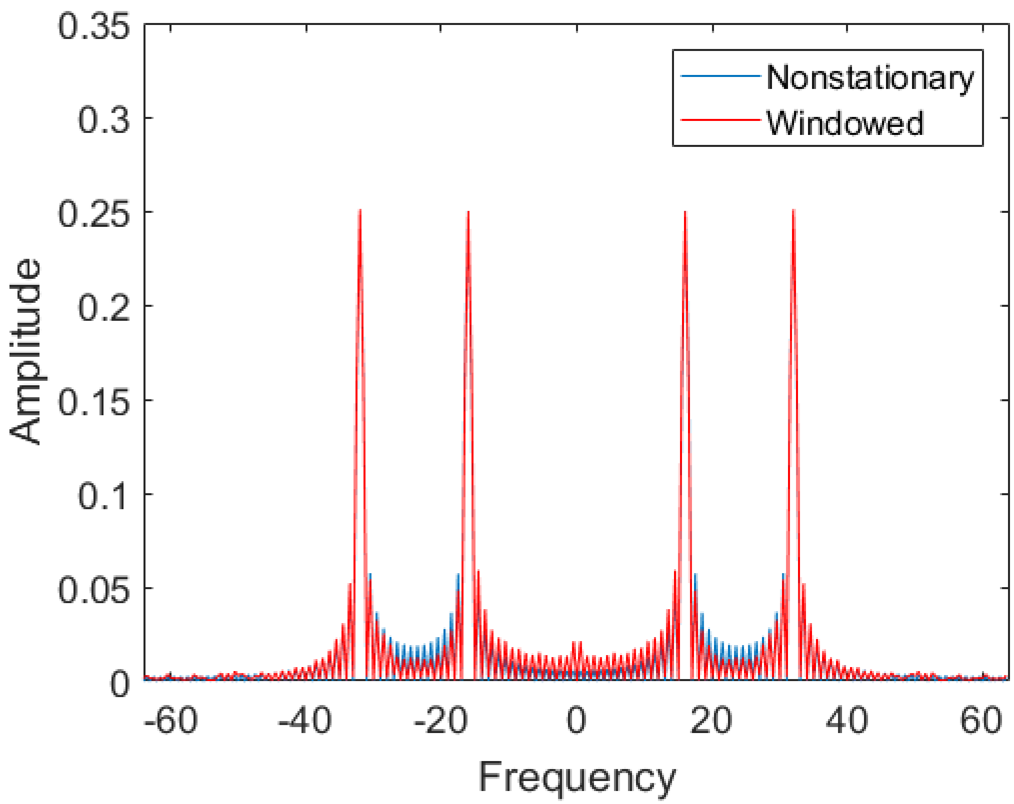
- As ferramentas vistas até o momento, são muito poderosas na análise espectral de sinais estacionários.

- No caso de sinais não estacionários, é possível aplicar o que já foi visto? Discutir



Introdução

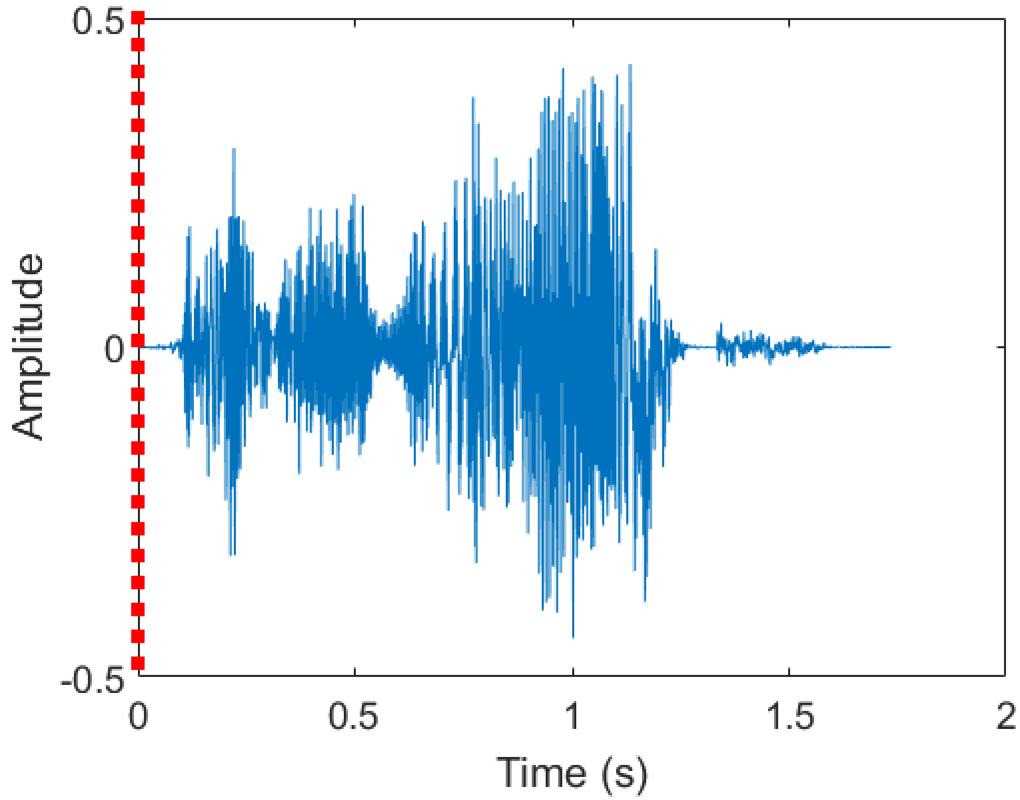
- Espectro dos dois sinais do slide anterior (muito parecidos).



- Nota-se que a representação espectral diz muito pouco sobre eventos localizados no tempo ou espaço.

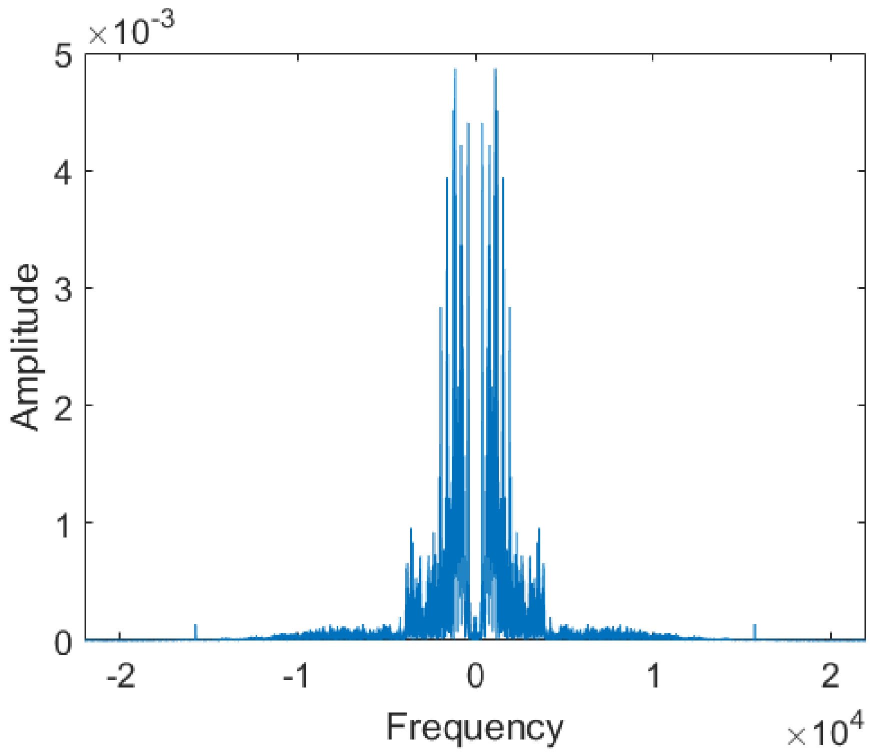
Motivação

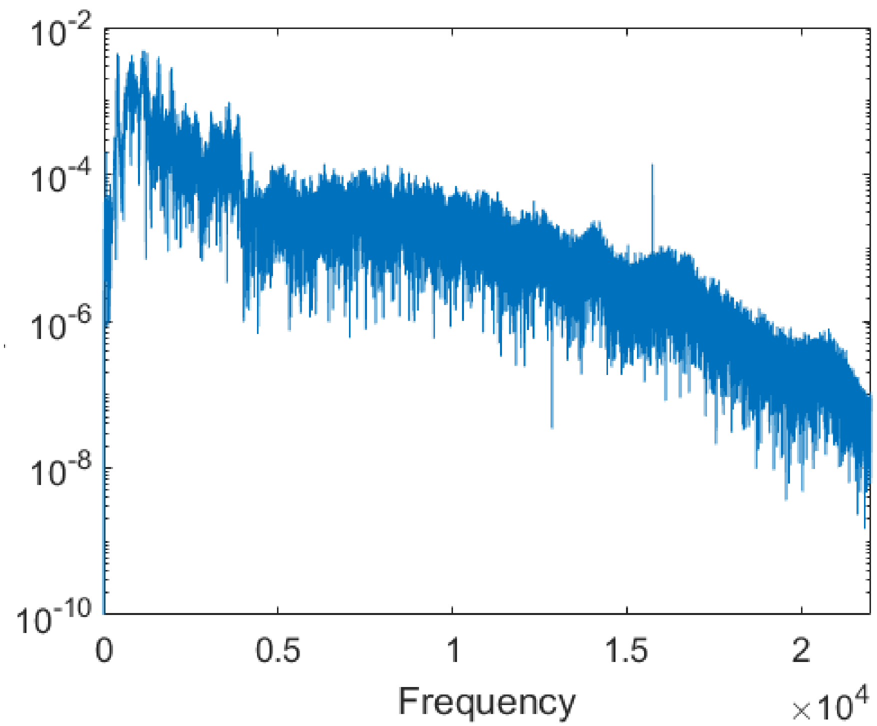
➢ Alguns processos físicos exibem características não estacionárias, como por exemplo, sinais sonoros de fala e música



Motivação

- O espectro do áudio pode ser visualizado abaixo





Motivação

- Nota-se que é difícil extrair alguma informação relevante, de um sinal não estacionário, usando as ferramentas que foram vistas até a presente aula.

- Como podemos adaptar o que foi visto para a análise deste tipo de sinal?

  obs: considerando que o sinal não estacionário, é aproximadamente estacionário durante um intervalo curto de tempo

Introdução

- A solução para esse problema pode ser obtida com transformada de Fourier de tempo curto

- A ideia é aplicar a transformada de Fourier em intervalos curtos de tempo. Durante esse intervalo, assume-se que as propriedades estatísticas do sinal não possuem grande variação.

- A redução do tamanho de um vetor de amostras já foi utilizada anteriormente para o cálculo da Densidade Espectral de Potência e da Bicoerência.

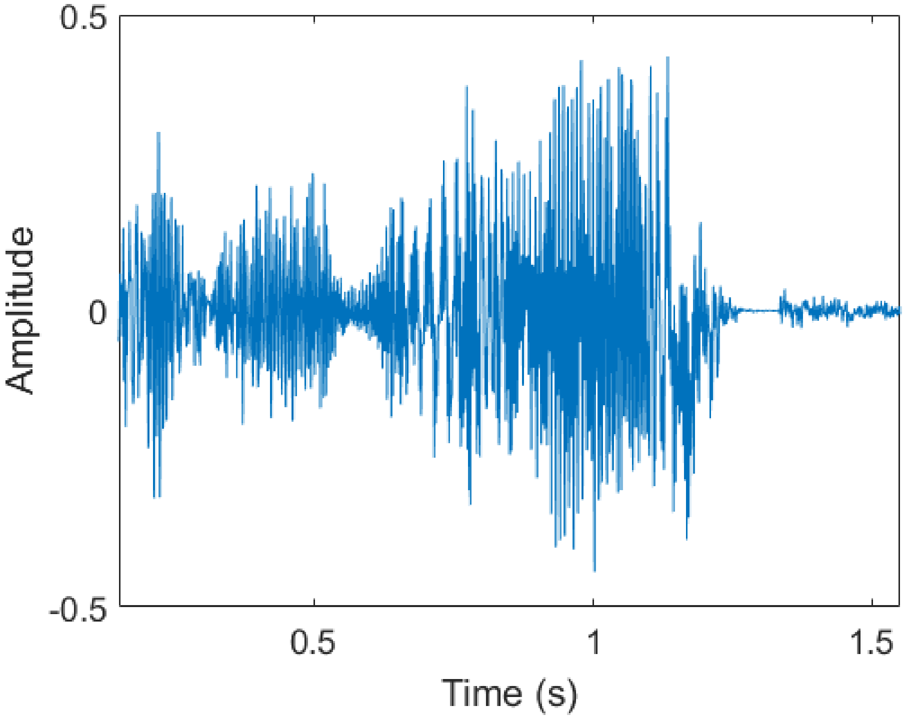
- Naqueles casos, o aumento do número de blocos foi utilizado para se aumentar a confiabilidade da estimativa da PSD e da bicoerência.

Introdução

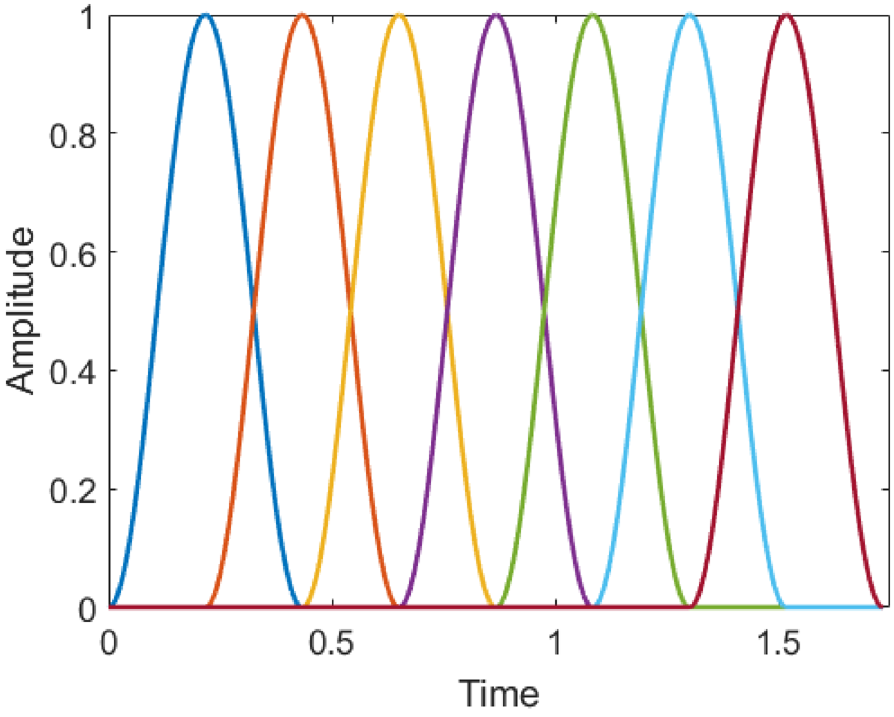
- No caso da transformada de Fourier de Tempo curto, cada sub-amostra é relacionada ao instante de amostragem dos dados.
- Assim, pode-se utilizar a transformada de Fourier para a representação espectral de cada bloco
- A variação do conteúdo espectral de cada bloco pode ser visualizada ao longo do tempo, criando-se assim uma representação no temporal e espectral.
- Por isso a ferramenta é empregada na análise tempo x frequência

Introdução

➢ O procedimento pode ser ilustrado na sequência a seguir



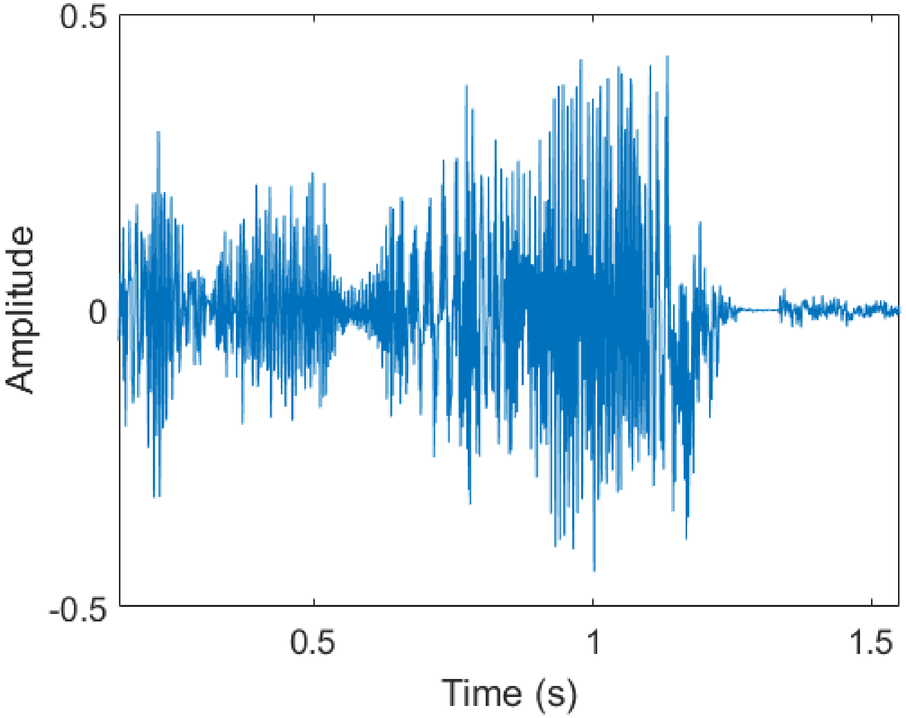
X

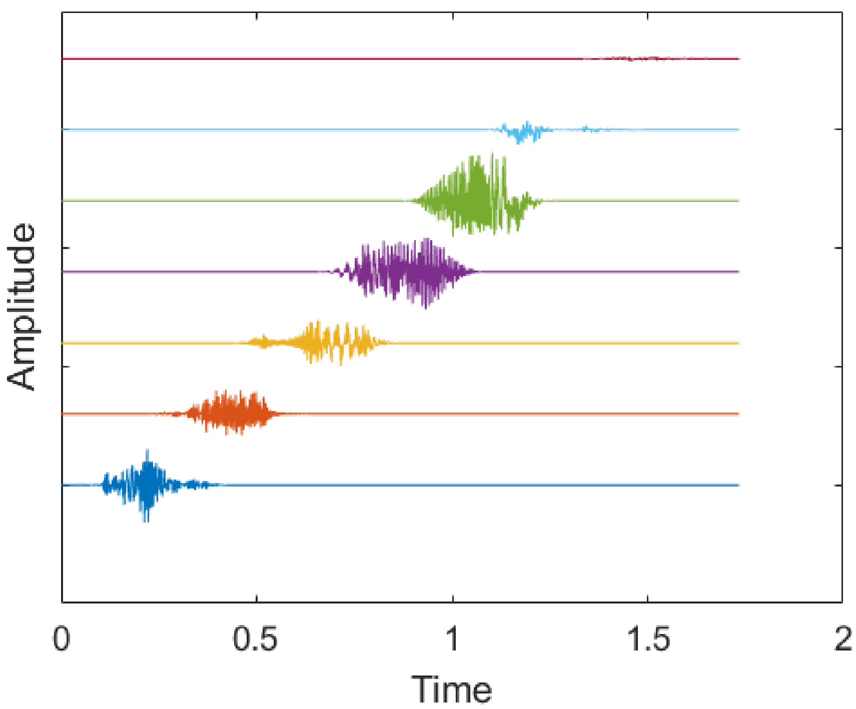


Janelas deslocadas no tempo

Introdução

- O procedimento pode ser ilustrado na sequência a seguir

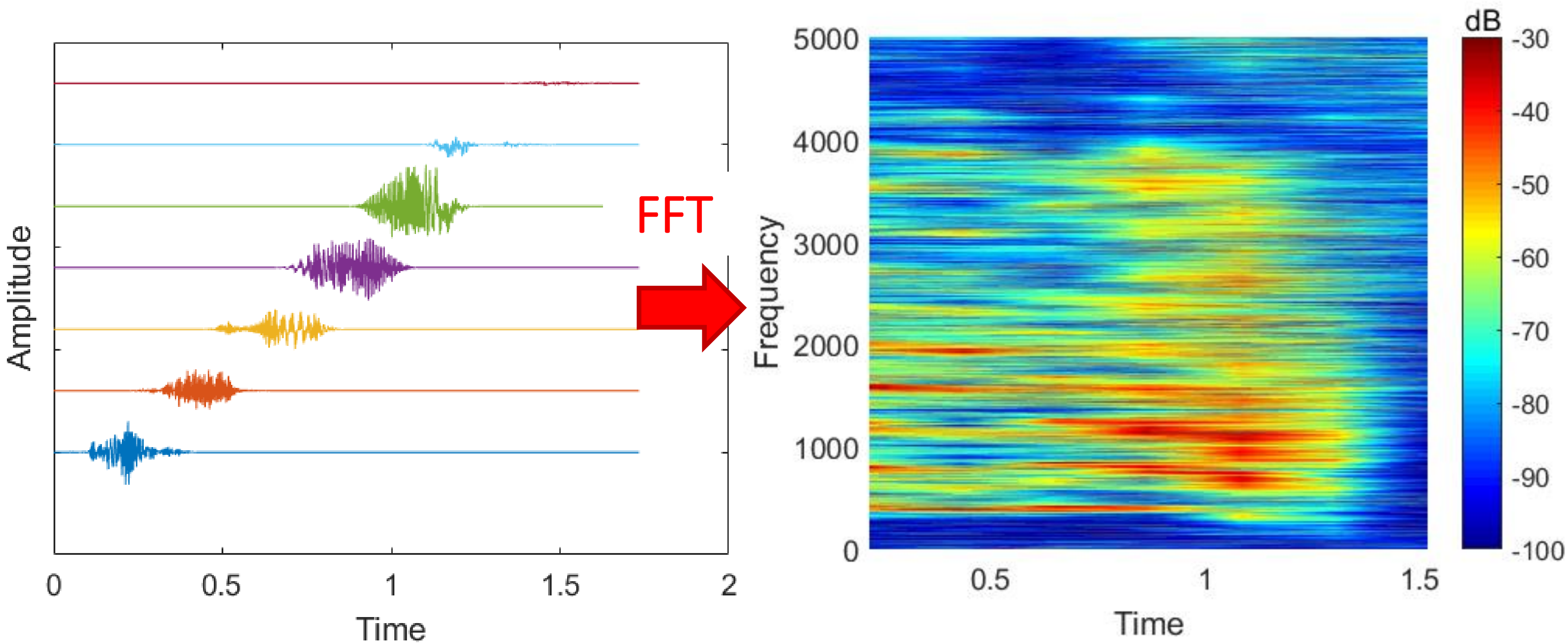




Sub-amostras do sinal

Introdução

- O procedimento pode ser ilustrado na sequência a seguir



Espectrograma do sinal

Enjanelamento

- Para retirar uma sub-amostra do sinal, definimos uma função de enjanelamento w[n,τ], tal que:

$$w[n,\tau] \rightarrow w[(n-\tau)]$$

- A função de enjanelamento pode ser qualquer uma daquelas já discutidas, a diferença é que para a análise tempo – frequência elas são deslocadas de τ para a sub-amostragem do sinal

- As funções de enjanelamento mais comuns são as janelas Hanning, Hamming e Gaussiana

- No caso dessa última, a transformada é conhecida como transformada de Gabor em homenagem a Denis Gabor (1900-1979)

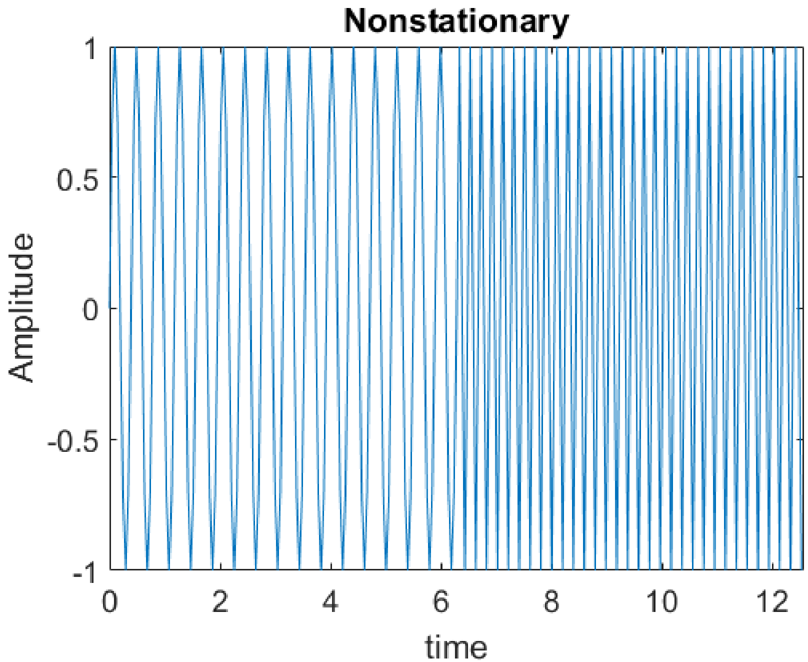
Transformada de Fourier de tempo curto

- A transformada de Fourier de tempo curto (Short Time Fourier Transform-STFT), na forma discreta, pode ser definida como:

$$X(m,k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x[n]w[n-m]e^{-i\omega_0 kn}$$

Onde o produto x[n]w[n-m] é uma sub-amostra do sinal x[n]

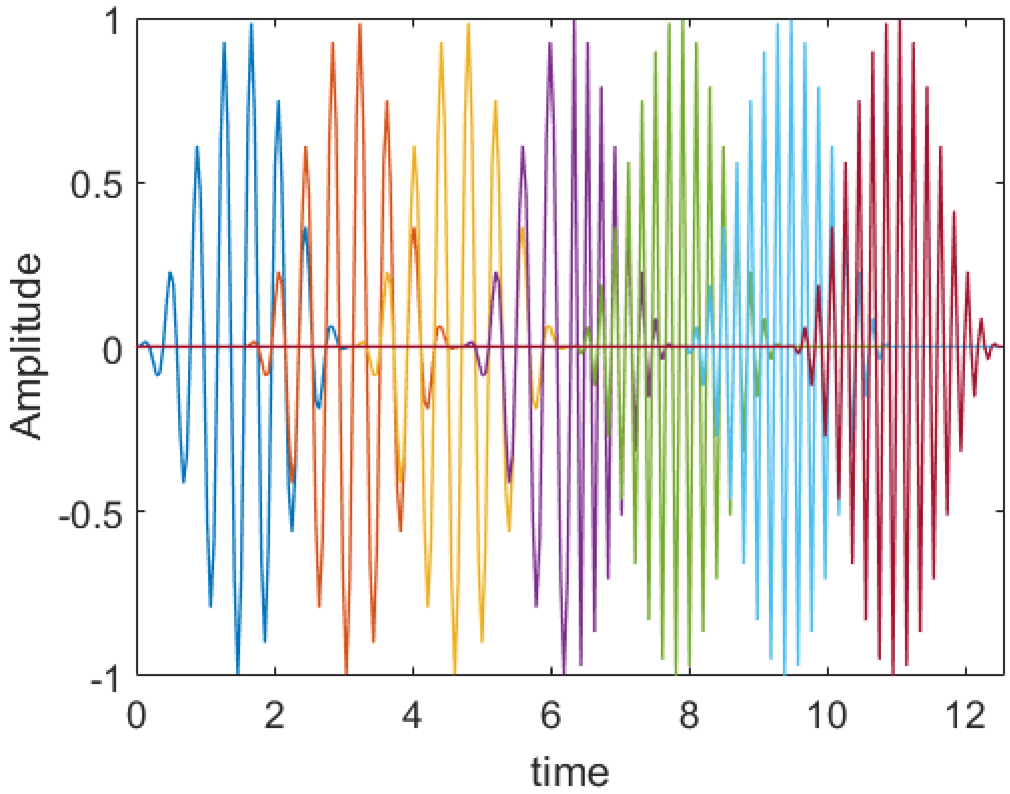
- **Exemplo de aplicação**
  Voltando ao sinal do início da aula



Transformada de Fourier de tempo curto

- **Exemplo de aplicação.**

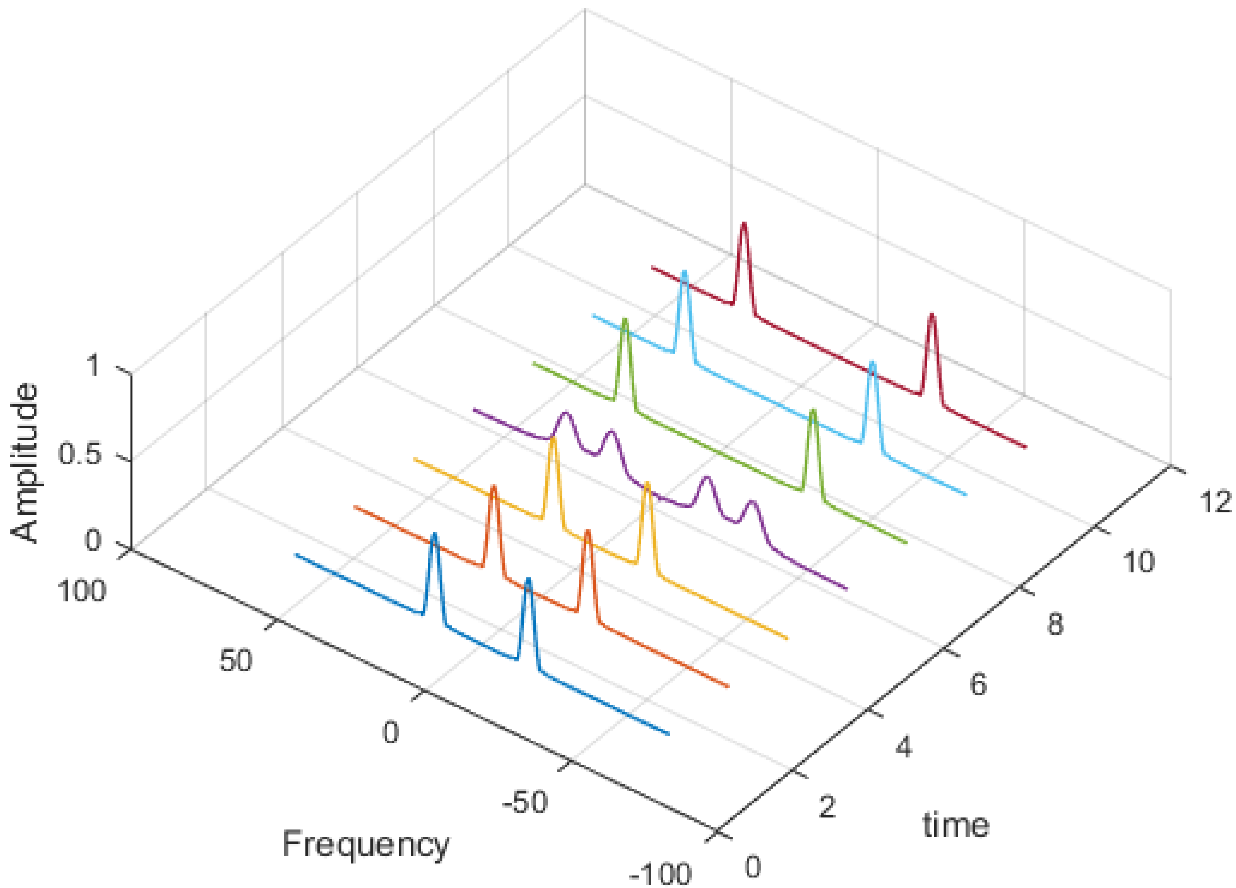
Sub-amostras com função de enjanelamento do tipo Hanning



Transformada de Fourier de tempo curto

- **Exemplo de aplicação.**

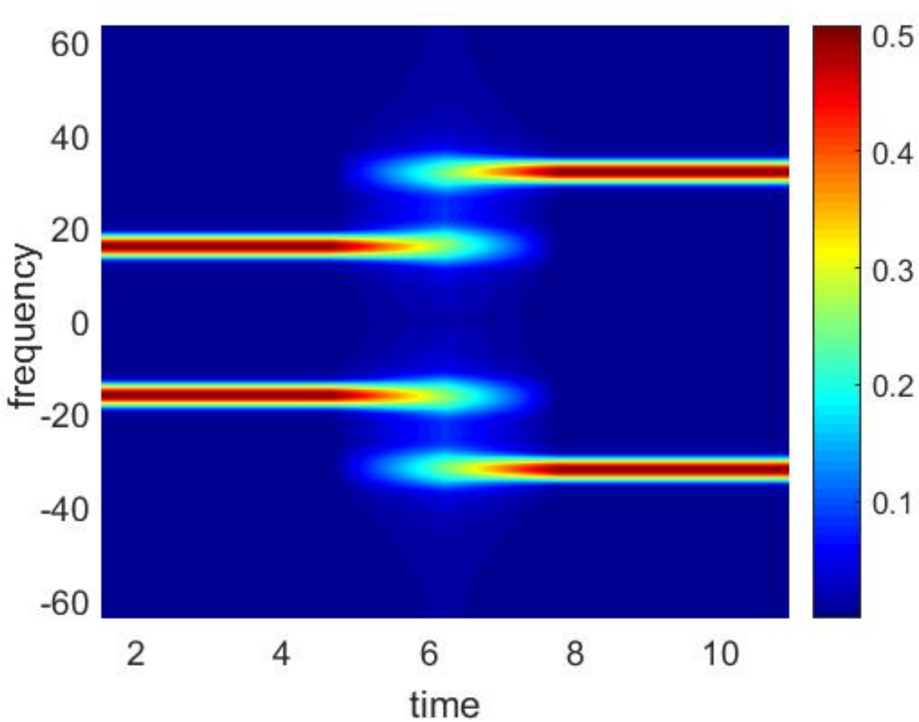
Aplicando FFT a cada sub-amostra



Transformada de Fourier de tempo curto

➢ **Exemplo de aplicação.**

Apresentando-se em mapa de cores, o espectrograma fica



Para sinais reais, normalmente, só se apresenta a parte do espectro relacionada com as frequências positivas

Resolução

- Pode-se notar que a quantidade de espectros estimados depende do número de sub-amostras.

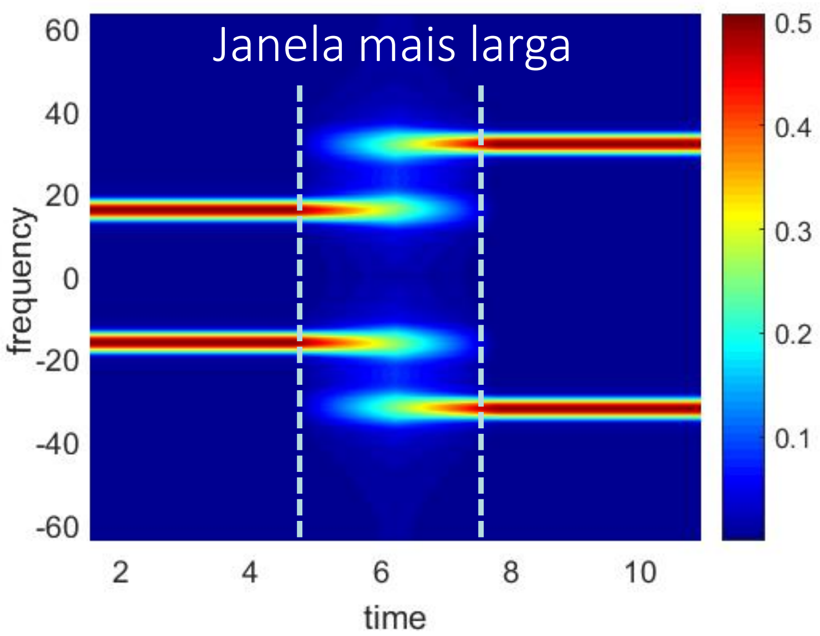
- Para se aumentar o número de sub-amostras, pode-se reduzir o tamanho de cada sub-amostra

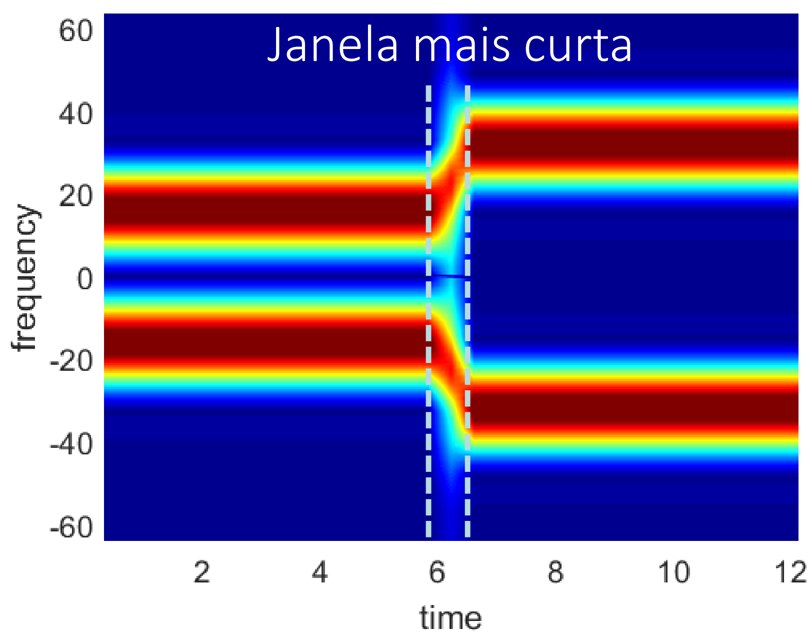
- Qual a implicação disso?

Resolução

- Reduzindo-se o tamanho das sub-amostras, ou o período de enjanelamento, a resolução em frequência do espectrograma se torna mais grosseira.

- Em contrapartida a resolução temporal melhora. Já com o aumentando no tamanho da janela, o efeito é o contrário.

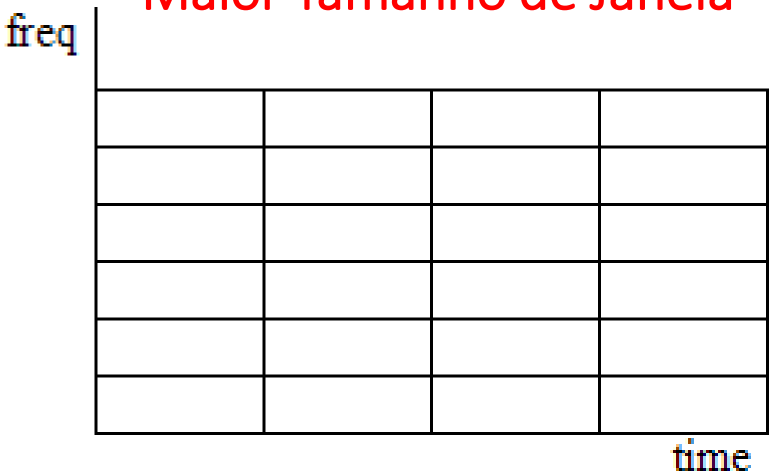




Resolução

- Desenho esquemático da resolução temporal e espectral
- É interessante observar também que a discretização no tempo e na frequência são constantes para um dado tamanho de janela

Maior Tamanho de Janela



Menor Tamanho de Janela

Resolução

- De acordo com Heisenberg (incerteza), existe uma incerteza associada com a resolução temporal e espacial.

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}$$

- A relação de Heisenberg, mostra que não é possível obter simultaneamente uma alta resolução temporal e espacial

Transformação inversa

- Não é muito claro se o sinal original pode ser recuperado a partir do espectrograma.
- De acordo com a definição da STFT na forma discreta

$$X(m,k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x[n]w[n-m]e^{-i\omega_0 kn}$$

- O tamanho, o espaçamento e o tipo de função de enjanelamento influenciam na representação espectral do sinal
- Em algumas situações a soma da sobreposição das janelas em um instante de tempo é constante e igual a 1.

$$\sum_{m=0}^{M-1}w[n-m]=1,\quad \forall n \;\; Inteiro$$

Transformação inversa

- Nesse caso a soma das sucessivas FFTs ficam:

$$\sum_{m=0}^{M-1} X(m,k) = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]w[n-m]e^{-i\omega_0 kn}$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-i\omega_0 kn} \underbrace{\sum_{m=0}^{M-1} w[n-m]}_{1}$$

$$X[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-i\omega_0 kn}$$

- Logo, fica claro que a soma das transformadas equivale a transformada de x[n], se a soma das janelas sobrepostas for constante e igual a 1

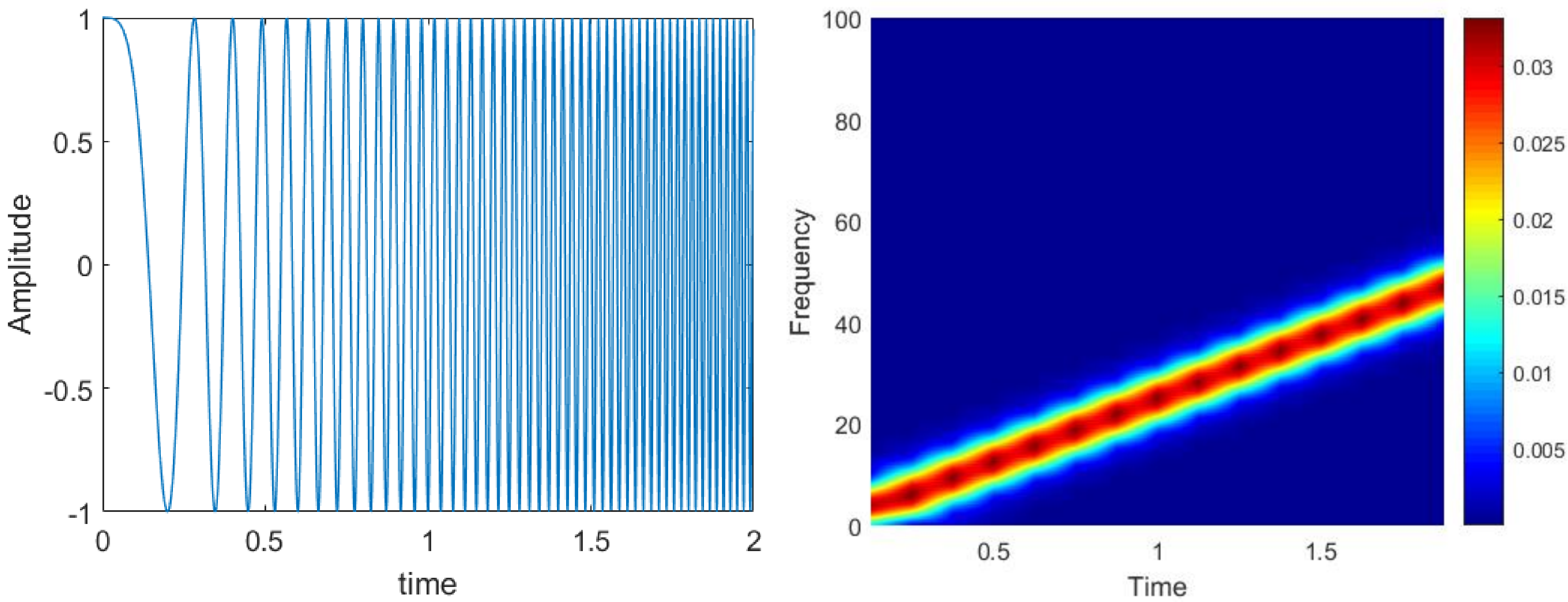
Transformação inversa

- Isso implica na existência da transformação inversa.
- Para a soma das transformadas ser realmente equivalente a transformada do sinal, é necessário que a informação nos instantes iniciais e finais da série de dados seja considerada. Para isso deve-se assumir o sinal como sendo periódico. Outra possibilidade (não tão boa) é preencher meia janela no inicio e no final com zeros.
- Dentre as diversas funções de enjanelamento, a janela retangular sem sobreposição satisfaz a condição.
- A janela de Barlett e todas as janelas da família Hanning e Hamming também satisfazem essa condição para uma sobreposição de 50%.

Exemplos e Aplicações

- Sinal Chirp

```
t_chirp=0:2/2048:2-2/2048;
ychirp=chirp(t_chirp,0,2,50);
```



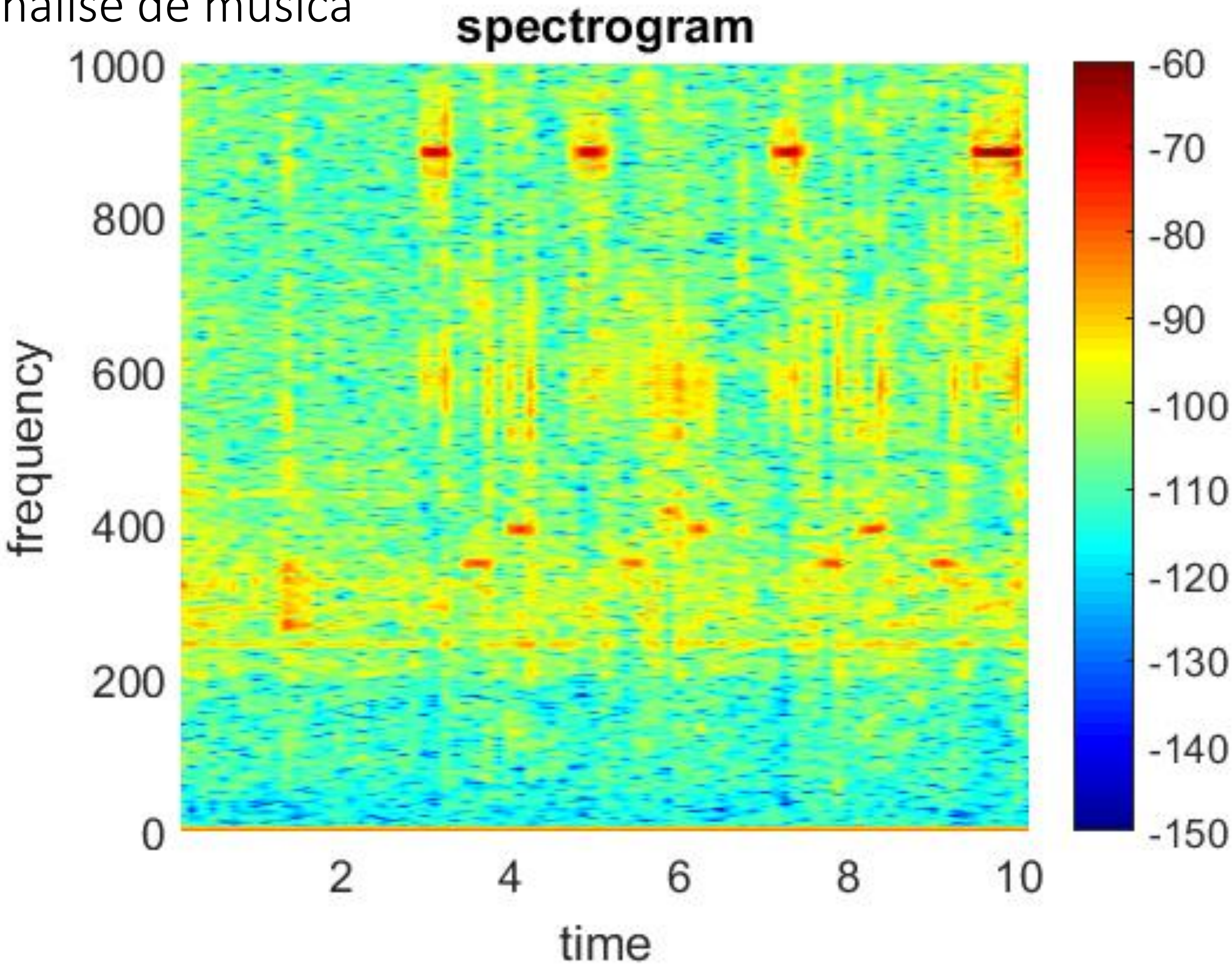
Exemplos e Aplicações

- Análise de voz (`speech_processing.m`)

Em sala

Exemplos e Aplicações

- Análise de musica



Exercícios

- Exercício 1) Criar um sinal do tipo chirp, partindo de t=0 até 5segundos com frequência final de 100Hz. Apresentar o espectrograma desse sinal

- Exercício 2) Fazer um espectrograma médio (pelo menos 5 amostras) de uma pessoa dizendo palavra "*processamento*".

  Dica 1) No slide seguinte é fornecida uma função para gravação de áudio utilizando o microfone do computador. Caso não possua um microfone, é possível fazer a gravação utilizando um fone de ouvido ligado a entrada de áudio do computador.

  Dica 2) Para a extração do espectrograma médio, será necessário fazer uma amostragem condicional do sinal.

Exercícios

```
function [y,fs] = read_mic
% Function to record a signal from computer microphone
recObj = audiorecorder;
disp('Press enter and start speaking.')
pause
recordblocking(recObj, 4); % recording 4 seconds
disp('End of Recording.');
%
%% signal acquisition
play(recObj);
y = getaudiodata(recObj);
info = audiodevinfo;
fs=recObj.SampleRate;
%%play the signal
sound(y,fs);
end
```