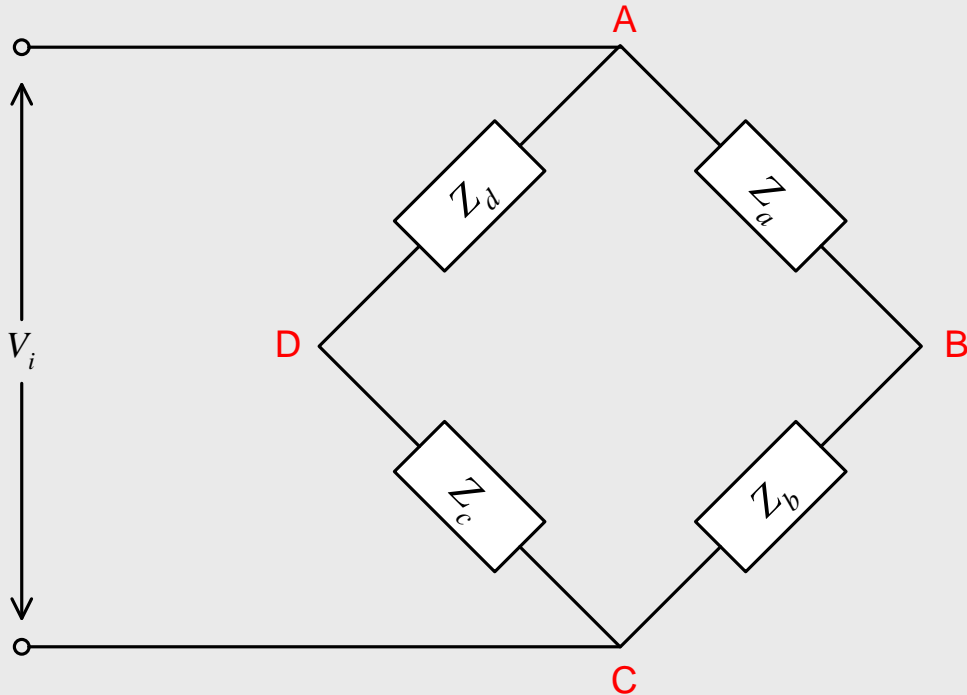


ENG1027: Instrumentação Eletrônica



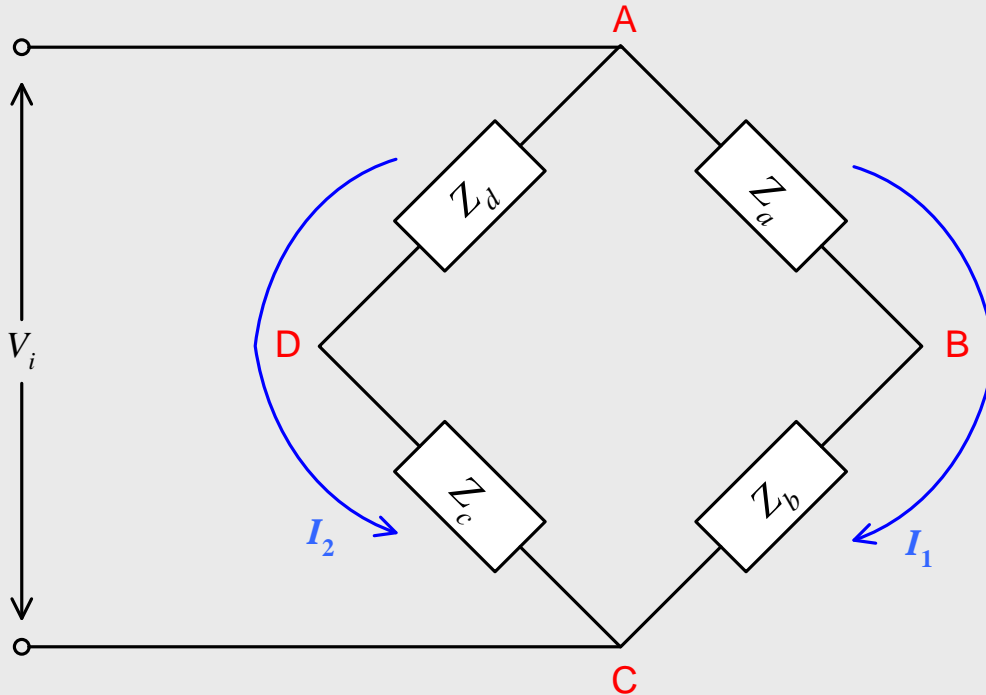
2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte geral:



2.3b) Circuitos de Pontes

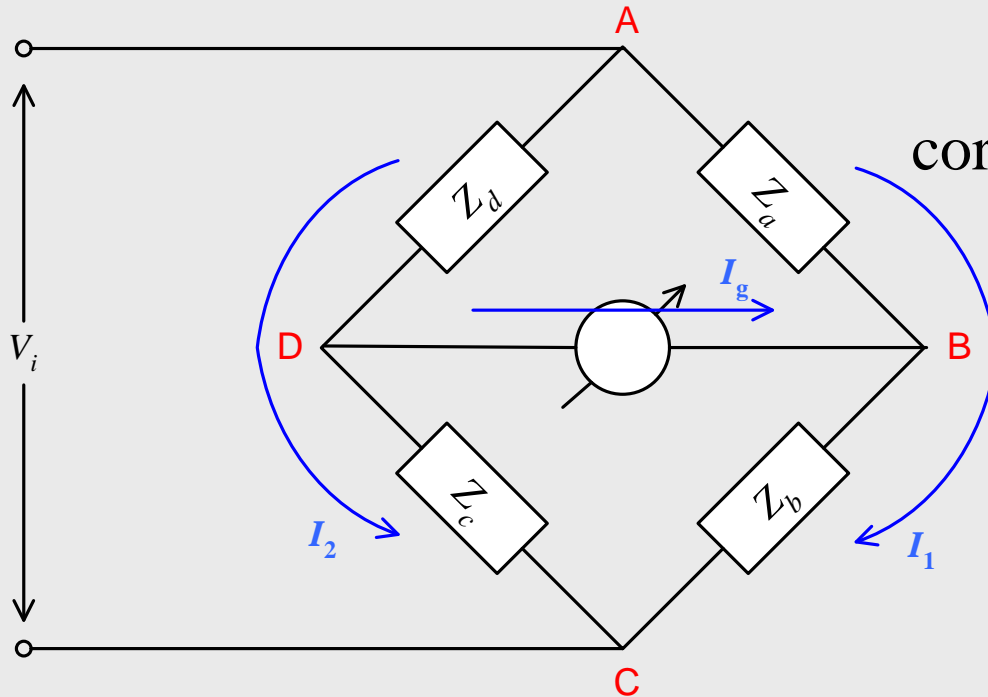
⌘ Ponte geral:



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte geral:

Ponte Balanceada (em equilíbrio)



corrente no galvanômetro é nula

$$I_g = 0$$

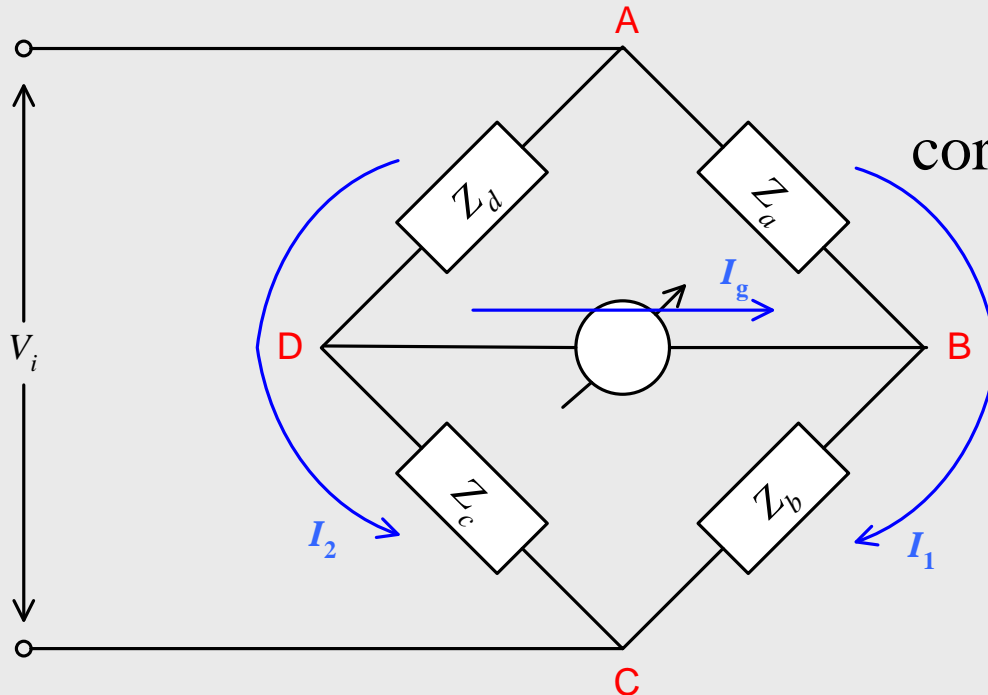
$$V_{BD} = 0$$

$$I_1 Z_a = I_2 Z_d$$

$$I_1 Z_b = I_2 Z_c$$

2.4b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte geral:



Ponte Balanceada (em equilíbrio)

corrente no galvanômetro é nula

$$I_g = 0$$

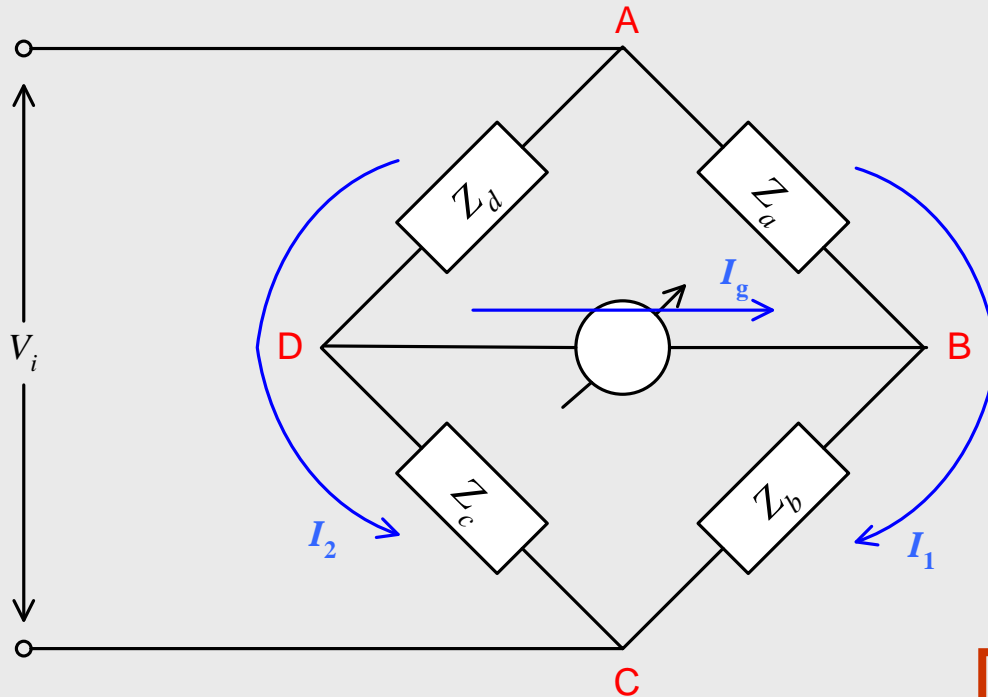
$$V_{BD} = 0$$

$$Z_a Z_c = Z_b Z_d$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte geral:

Ponte Balanceada (em equilíbrio)



$$Z_a Z_c = Z_b Z_d$$



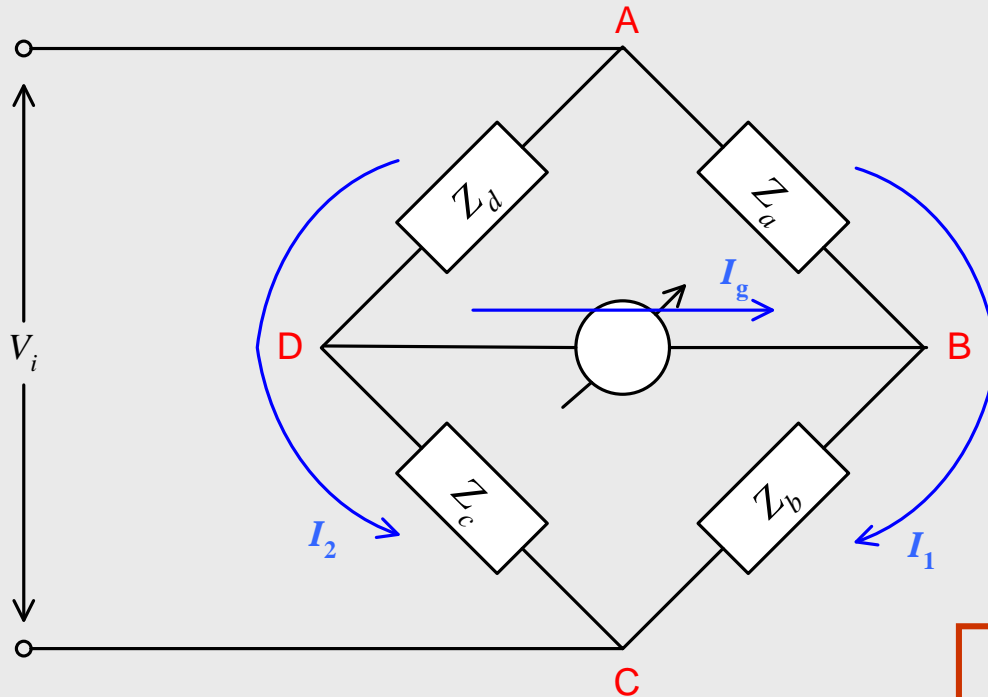
$$|Z_a| |Z_c| = |Z_b| |Z_d|$$

e

$$\angle Z_a + \angle Z_c = \angle Z_b + \angle Z_d$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte geral:



Ponte Não Balanceada

$$V_B = V_i \frac{Z_b}{Z_a + Z_b}$$

$$V_D = V_i \frac{Z_c}{Z_c + Z_d}$$

$$V_{BD} = V_i \left(\frac{Z_b}{Z_a + Z_b} - \frac{Z_c}{Z_c + Z_d} \right)$$

2.3b) Circuitos de Pontes



⌘ Classificação de Pontes 1:

☑ Pontes DC

☑ Pontes AC

2.3b) Circuitos de Pontes



⌘ Classificação de Pontes 1:

☑ Pontes DC: medição de resistências

☑ Pontes AC: medição de capacitâncias, indutâncias e frequências

2.3b) Circuitos de Pontes



⌘ Classificação de Pontes 2:

- ☑ Pontes por Detecção de Nulo

- ☑ Pontes por Deflexão

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Classificação de Pontes 2:

☑ **Pontes por Detecção de Nulo:** um ou mais braços da ponte são ajustados de modo a balanceá-la, e a medida da grandeza desejada é obtida conhecendo-se os valores ajustados.

☑ Pontes por Deflexão

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Classificação de Pontes 2:

☑ Pontes por Detecção de Nulo:

☑ **Pontes por Deflexão**: a variação da corrente (ou tensão) entre os terminais centrais é relacionada experimentalmente ou analiticamente com a grandeza que se deseja medir.

2.3b) Circuitos de Pontes



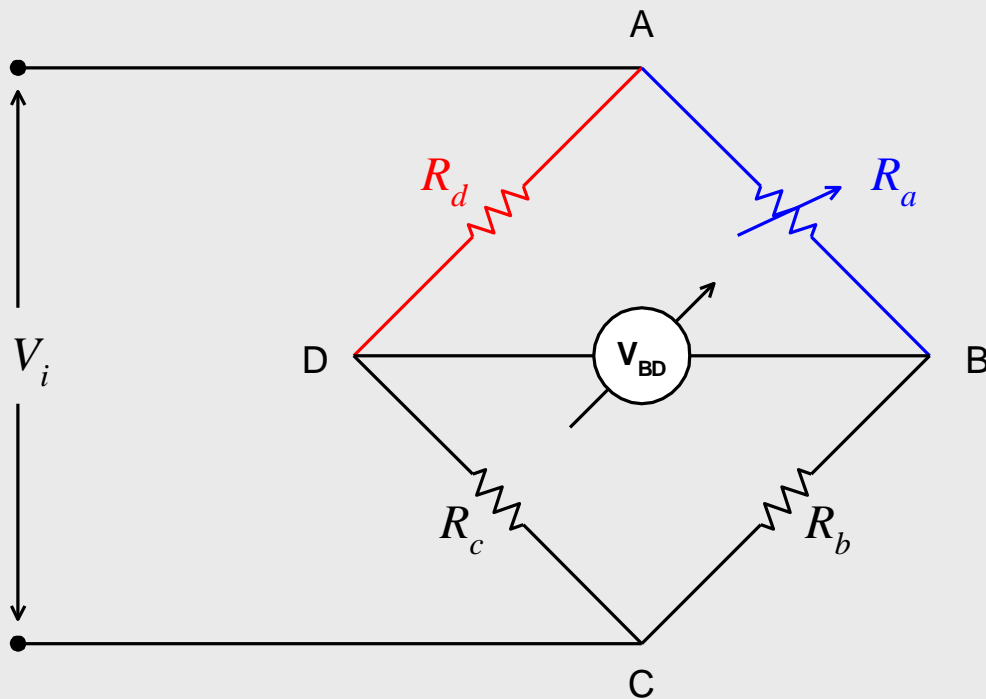
⌘ Pontes DC:

☑ Ponte de Wheatstone

☑ Ponte de Kelvin

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:



Por Detecção de Nulo

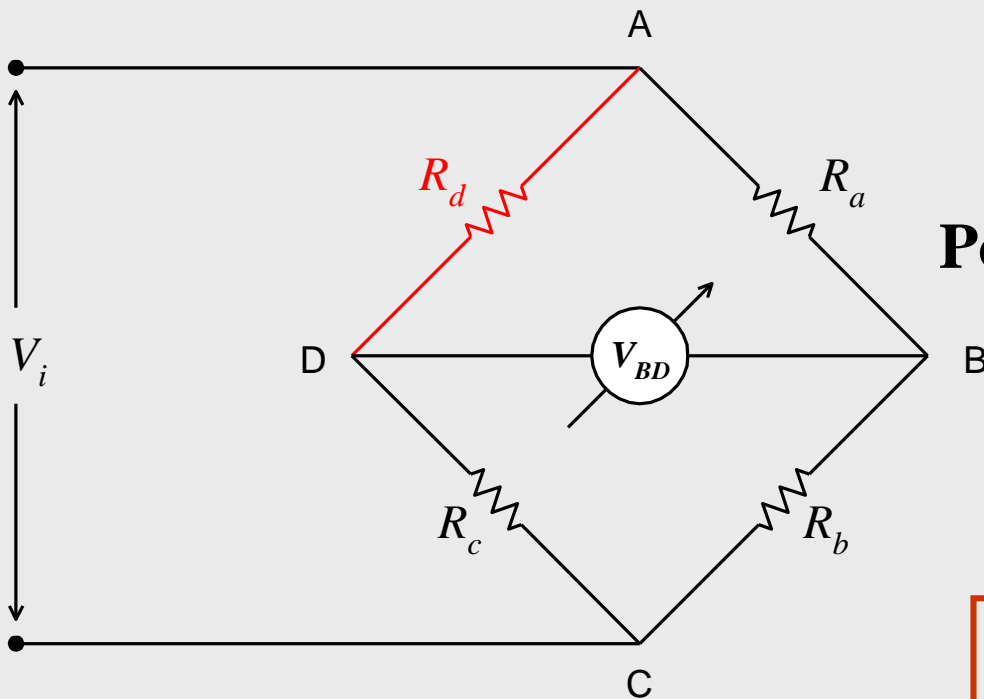
Ponte Balanceada ($V_{BD} = 0$)

$$R_a R_c = R_b R_d$$

$$R_d = \frac{R_a R_c}{R_b}$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone: Por Deflexão (R_a fixo)

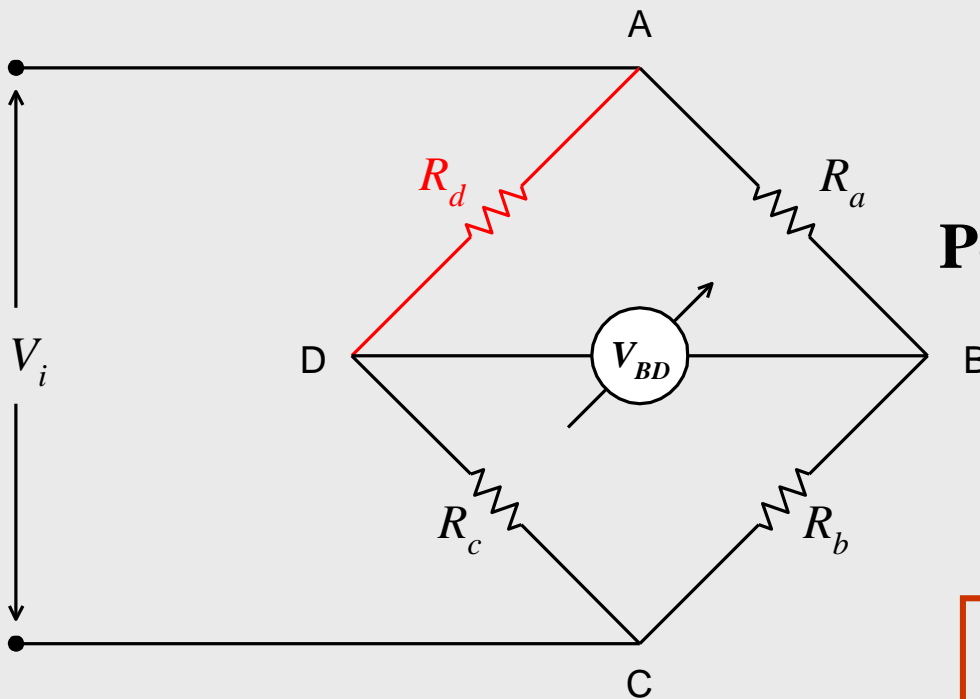


Ponte Desbalanceada ($V_{BD} \neq 0$)

$$V_{BD} = V_i \left(\frac{R_b}{R_a + R_b} - \frac{R_c}{R_c + R_d} \right)$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone: Por Deflexão (R_a fixo)



Ponte Desbalanceada ($V_{BD} \neq 0$)

$$R_d = \left(\frac{V_i R_a + V_{BD} (R_a + R_b)}{V_i R_b - V_{BD} (R_a + R_b)} \right) R_c$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:

Análise de Sensibilidade: Suponha $R_d = R_{dn} + \Delta R_d$

$$V_{BD} = V_i \left(\frac{R_b}{R_a + R_b} - \frac{R_c}{R_c + R_{dn}} \right)$$



$$V'_{BD} = V_i \left(\frac{R_b}{R_a + R_b} - \frac{R_c}{R_c + R_{dn} + \Delta R_d} \right)$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:

Análise de Sensibilidade: Suponha $R_d = R_{dn} + \Delta R_d$

$$\Delta V_{BD} = V_i \left(\frac{R_c}{R_c + R_{dn}} - \frac{R_c}{R_c + R_{dn} + \Delta R_d} \right)$$



$$\Delta V_{BD} = V_i \left(\frac{\Delta R_d}{R_c + R_{dn} + \Delta R_d} \times \frac{R_c}{R_c + R_{dn}} \right)$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:

Análise de Sensibilidade: Suponha $R_d = R_{dn} + \Delta R_d$

$$\frac{\Delta V_{BD}}{\Delta R_d} = V_i \left(\frac{1}{R_c + R_{dn} + \Delta R_d} \times \frac{R_c}{R_c + R_{dn}} \right)$$

$\frac{\Delta V_{BD}}{\Delta R_d}$ não linear !

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:

Análise de Sensibilidade: Suponha $R_d = R_{dn} + \Delta R_d$

$$\frac{\Delta V_{BD}}{\Delta R_d} = V_i \left(\frac{1}{R_c + R_{dn} + \Delta R_d} \times \frac{R_c}{R_c + R_{dn}} \right)$$

Se $\Delta R_d \ll R_{dn}$

Controle de Sensibilidade

$$\frac{\Delta V_{BD}}{\Delta R_d} \cong V_i \left(\frac{1}{R_c + R_{dn}} \times \frac{R_c}{R_c + R_{dn}} \right)$$

$$\frac{\Delta V_{BD}}{\Delta R_d} \cong \frac{V_i R_c}{(R_c + R_{dn})^2}$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:

- ☒ O valor de V_i pode ser utilizado como um **ajuste de sensibilidade**, porém respeitando o **limite de dissipação** dos elementos
- ☒ A hipótese $\Delta R_d \ll R_{dn}$ é válida do caso de ponte de *strain gauges*, com resistências nominais de 120 Ω , 350 Ω e 1000 Ω , e variações percentuais **muito pequenas** em ensaios de deformação.
- ☒ Caso a hipótese $\Delta R_d \ll R_{dn}$ não seja satisfeita, pode-se utilizar recursos de **processamento de sinal para linearizar** a sensibilidade.

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone analógica: $0,05 \Omega - 50 \text{ k}\Omega$



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone digital: $0,01 \Omega - 1 \text{ G}\Omega$



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:

☑ Exemplo: ponte de *strain gauges* em transdutor de pressão da faixa 0-10 bar

$$\square R_a = R_b = R_c = 120 \, \Omega \quad R_{dn} = 120 \, \Omega$$

$$\square I_{max} = 30 \, \text{mA} \quad \text{Sensibilidade} = 0,338 \, \Omega/\text{bar}$$

☑ Calcular V_{imax} e V_{omax}

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Wheatstone:

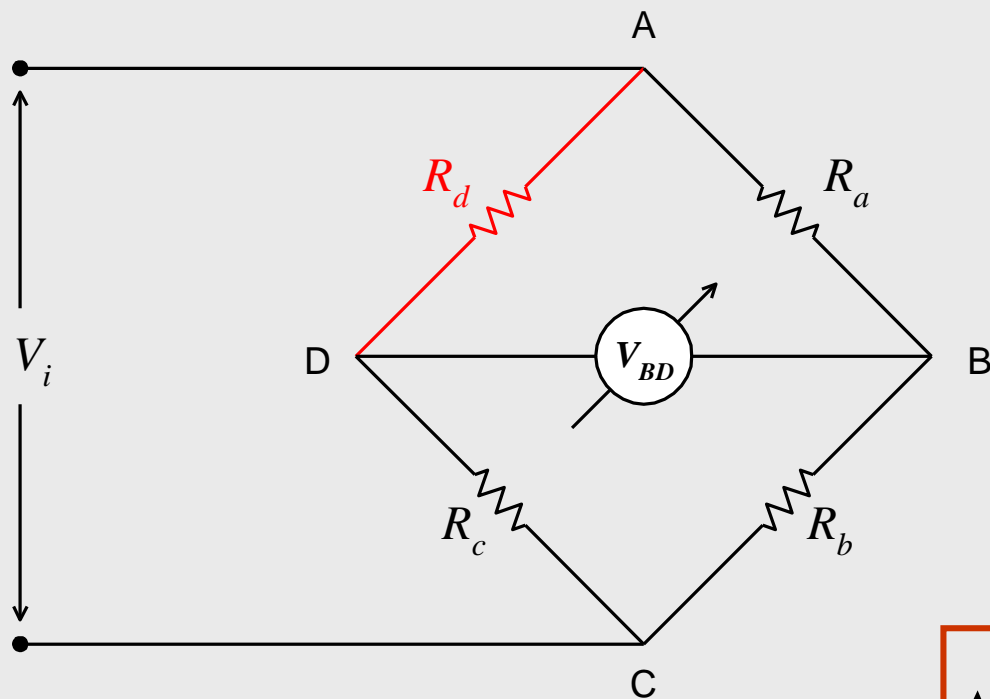
$$\boxed{\wedge} V_{i_{max}} = I_{max} \times (R_{dn} + R_c) = 0,03 \times 240\Omega = 7,2 \text{ V}$$

$$\boxed{\wedge} \Delta R_{d_{max}} = 10 \text{ bar} \times 0,338 \Omega/\text{bar} = 3,38 \Omega$$

$$\boxed{\wedge} V_{o_{max}} = V_{BD_{max}}$$

$$V_{BD_{max}} = 7,2 \left(\frac{120}{240} - \frac{120}{243,8} \right) = 49,99 \text{ mV}$$

⌘ Extensômetros (*Strain Gauges*) :



$$\Delta V_{BD} = V_i \frac{R_c \Delta R_d}{(R_c + R_d)^2}$$

$$\Delta V_{BD} = V_i \underbrace{\left(\frac{\Delta R_d}{R_d} \right)}_{F \varepsilon} \frac{R_c R_d}{(R_c + R_d)^2}$$

$$\Delta V_{BD} = \frac{V_i F \varepsilon}{4}$$

$$\varepsilon = \frac{4 \Delta V_{BD}}{V_i F}$$

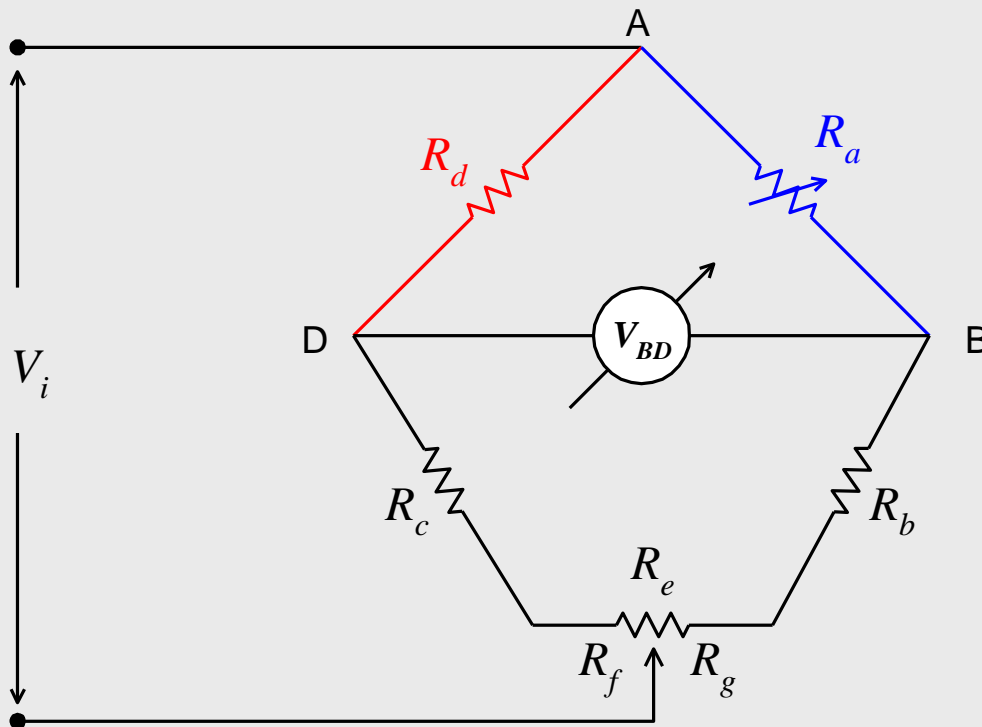
2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Kelvin:

- ☑ Também chamada de ponte de **balanceamento de ponta/ápice**
- ☑ Utilizada na leitura de **valores ôhmicos muito baixos**
- ☑ É **inspirada** na ponte de Wheatstone

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Kelvin:



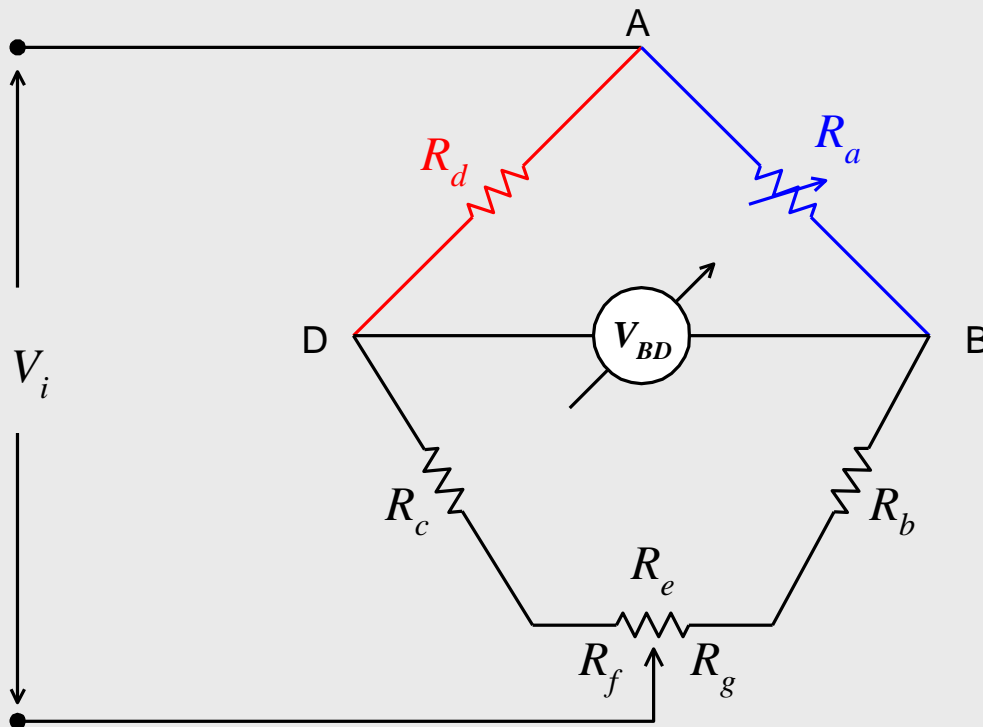
Wheatstone:
$$R_d = \frac{R_a R_c}{R_b}$$

Se há erros em R_b e/ou R_c , a exatidão da medida é comprometida

R_e serve para compensar eventuais erros em R_b e R_c

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Kelvin:



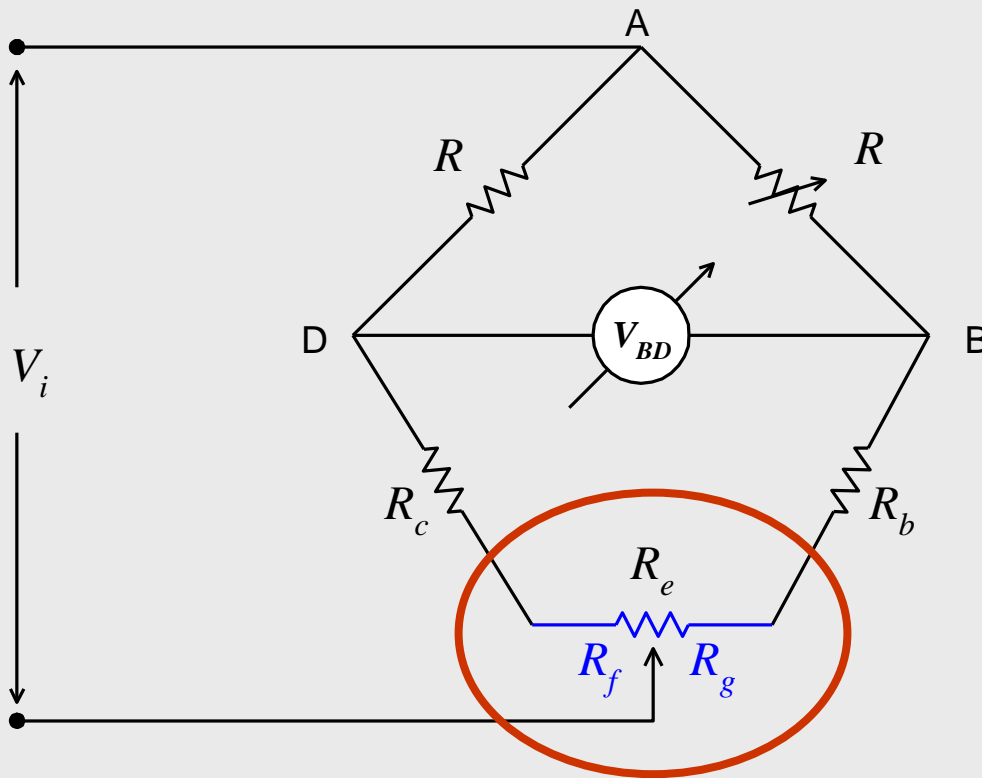
$$\text{Kelvin: } R_d = \frac{R_a(R_c + R_f)}{(R_b + R_g)}$$

$$R_f + R_g = R_e$$

Inicialmente: $R_d = R_a$
ambos conhecidos
com exatidão

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Kelvin:



Ajusta-se o potenciômetro até balancear a ponte:

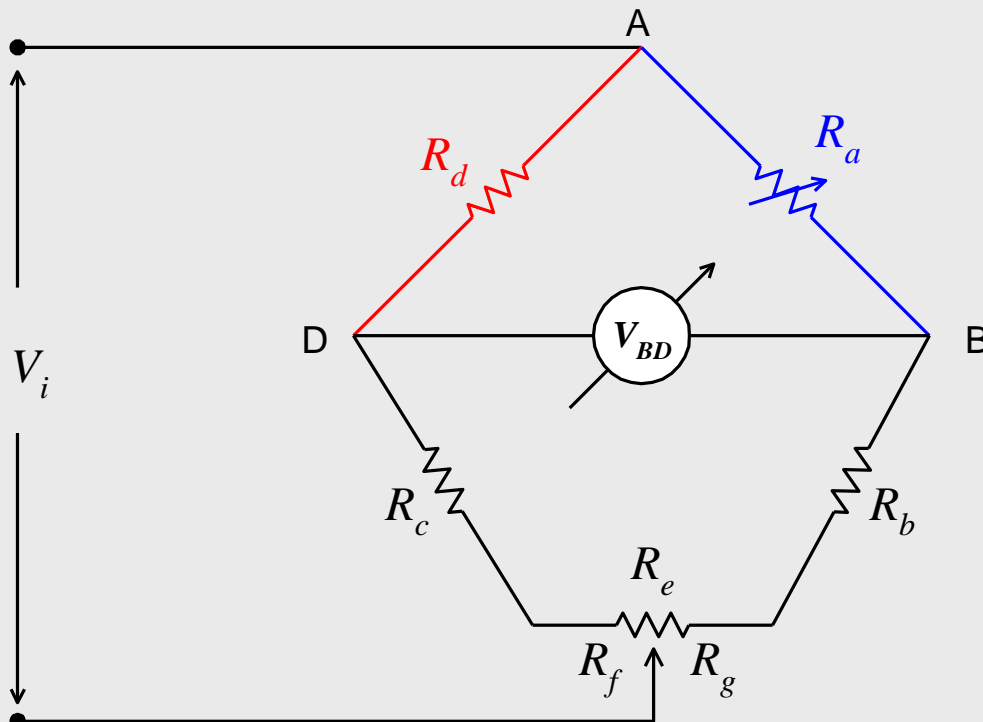
$$R_d = \frac{R_a (R_c + R_f)}{(R_b + R_g)}$$



$$\frac{(R_c + R_f)}{(R_b + R_g)} = 1$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Ponte de Kelvin:



Finalmente:

$$R_d = \frac{R_a (R_c + R_f)}{(R_b + R_g)}$$

$$R_d = R_a$$

Exatidão agora depende
somente de R_a

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Pontes AC:

☑ Medição de Capacitores:

☒ Ponte de Wheatstone

☒ Ponte de Schering

☑ Medição de Indutores:

☒ Ponte de Maxwell

☑ Medição de Freqüência: Ponte de Wien

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Fator de Qualidade/Dissipação (Capacitores)

R_x é a **resistência** do capacitor C_x : $Z_x = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}$

$$Q = \frac{X_x}{R_x} \longrightarrow Q = \frac{1}{\omega R_x C_x}$$

Fator de Qualidade
(Fator de potência)

$$D = \frac{1}{Q} \longrightarrow D = \omega R_x C_x$$

Fator de Dissipação

Quanto **maior Q**, ou **menor D**, “melhor” é o capacitor

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Fator de Qualidade/Dissipação (Indutores)

R_x é a **resistência** do indutor C_x :

$$Z_x = R_x + j\omega L_x$$

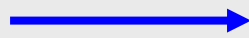
$$Q = \frac{X_x}{R_x}$$



$$Q = \frac{\omega L_x}{R_x}$$

Fator de Qualidade
(Fator de potência)

$$D = \frac{1}{Q}$$



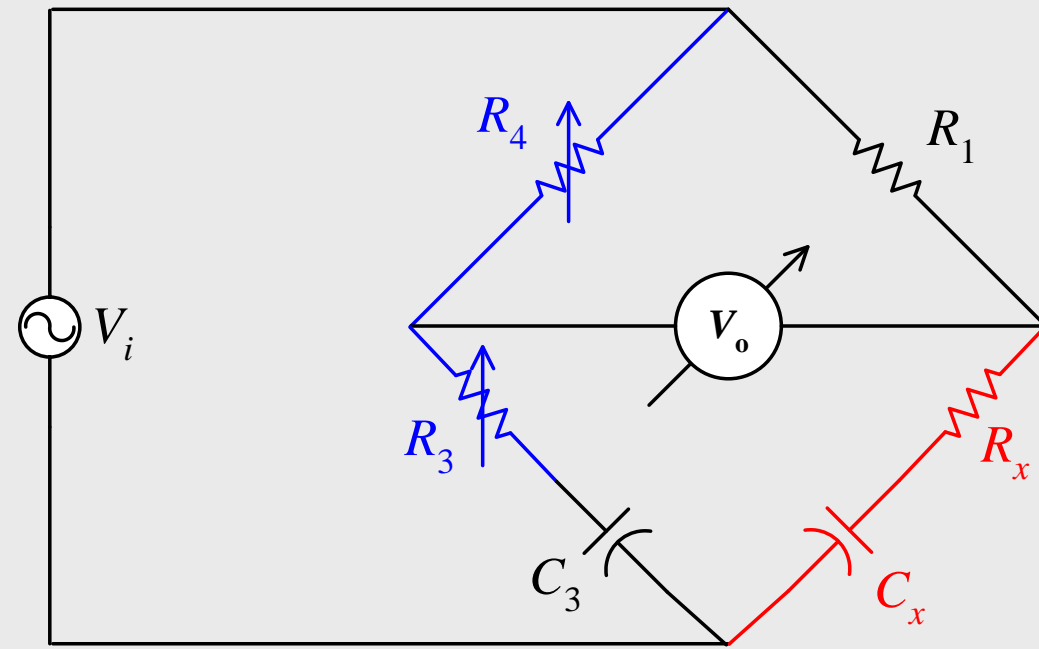
$$D = \frac{R_x}{\omega L_x}$$

Fator de Dissipação

Quanto **maior Q**, ou **menor D**, “melhor” é o indutor

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Wheatstone)



R_x representa a resistência interna do capacitor C_x , que se deseja medir

R_x é pequeno (alto Q)
 C_3 é de precisão

Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Wheatstone)

Ponte Balanceada:

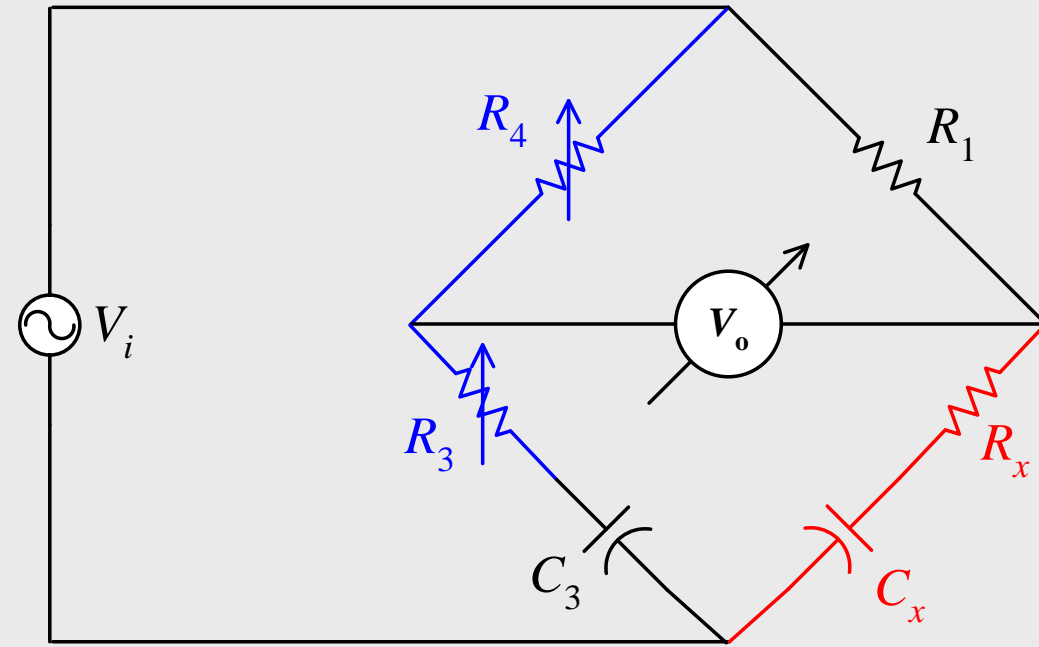
$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

$$Z_1 = R_1$$

$$Z_4 = R_4$$

$$Z_3 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}$$

$$Z_x = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}$$



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Wheatstone)

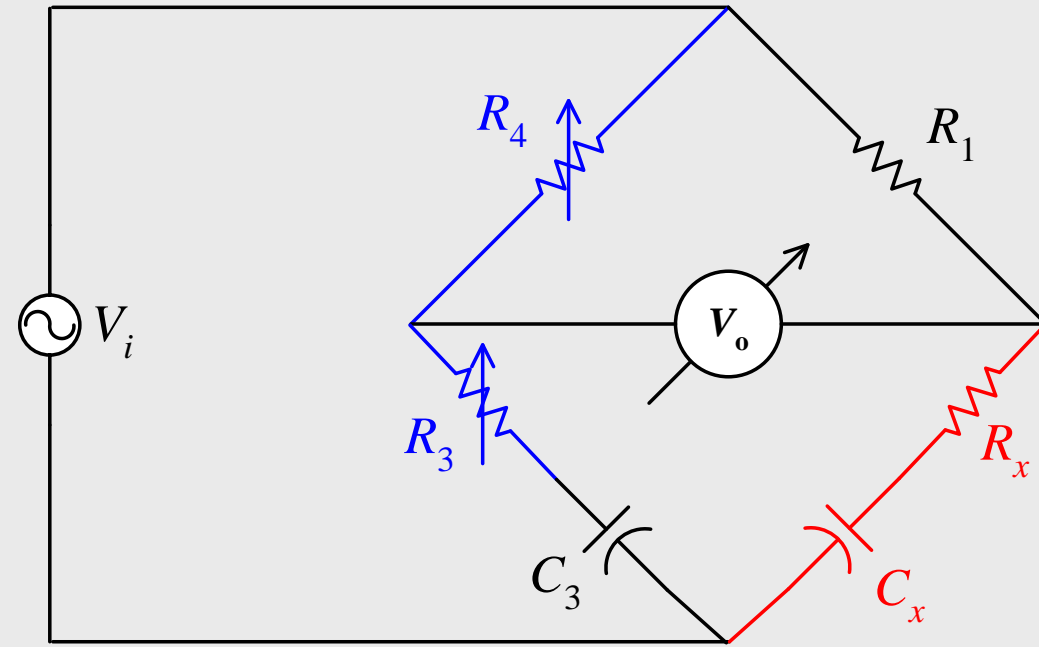
Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

$$R_1 R_3 + \frac{R_1}{j\omega C_3} = R_4 R_x + \frac{R_4}{j\omega C_x}$$

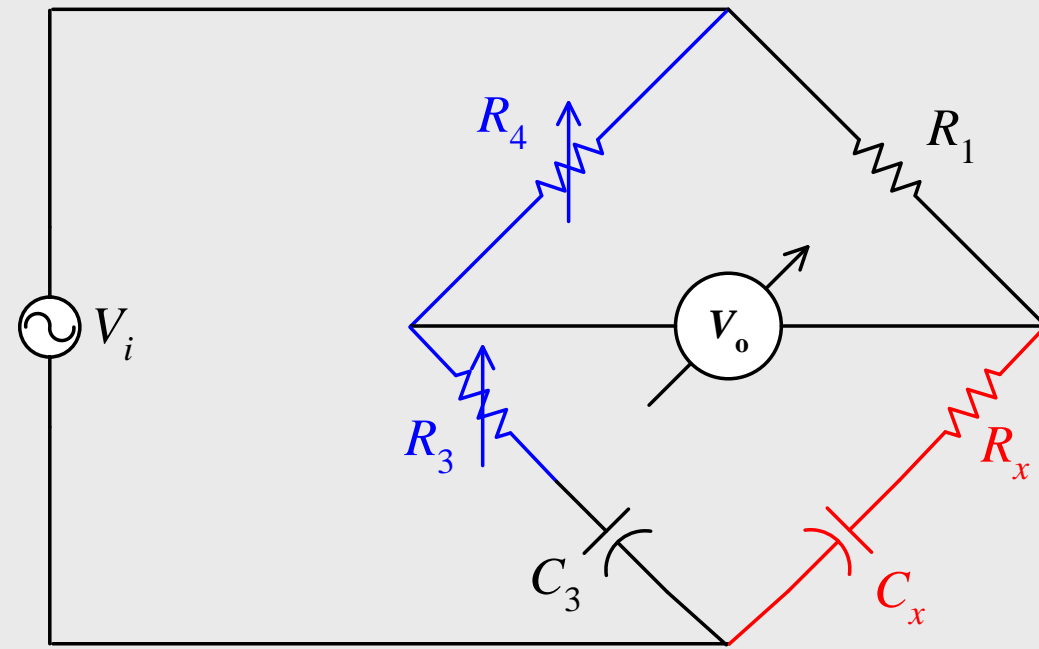
$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_4}$$

$$C_x = \frac{R_4}{R_1} C_3$$



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Wheatstone)



Seqüência de ajuste:

Ajuste de $R_4 \rightarrow V_{o\min}$

Ajuste de $R_3 \rightarrow V_o \cong 0$

Ajuste de $R_4 \rightarrow V_{o\min}$

Ajuste de $R_3 \rightarrow V_o \cong 0$

Ajuste de $R_4 \rightarrow V_{o\min}$

Ajuste de $R_3 \rightarrow V_o = 0$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Wheatstone)

Lembrando que:

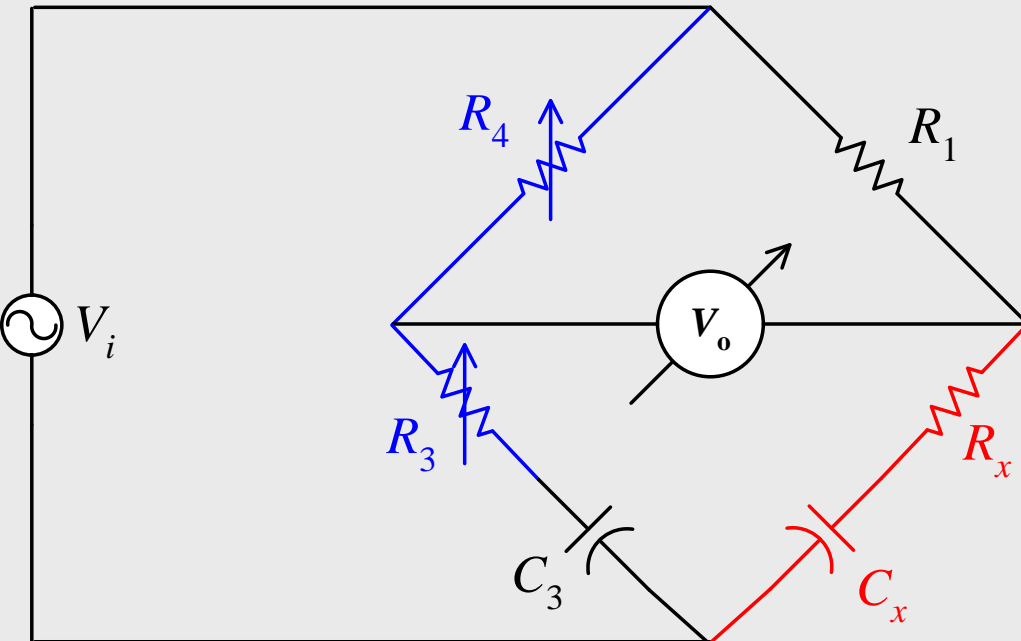
$$Q = \frac{1}{\omega R_x C_x}$$

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_4} \quad C_x = \frac{R_4}{R_1} C_3$$



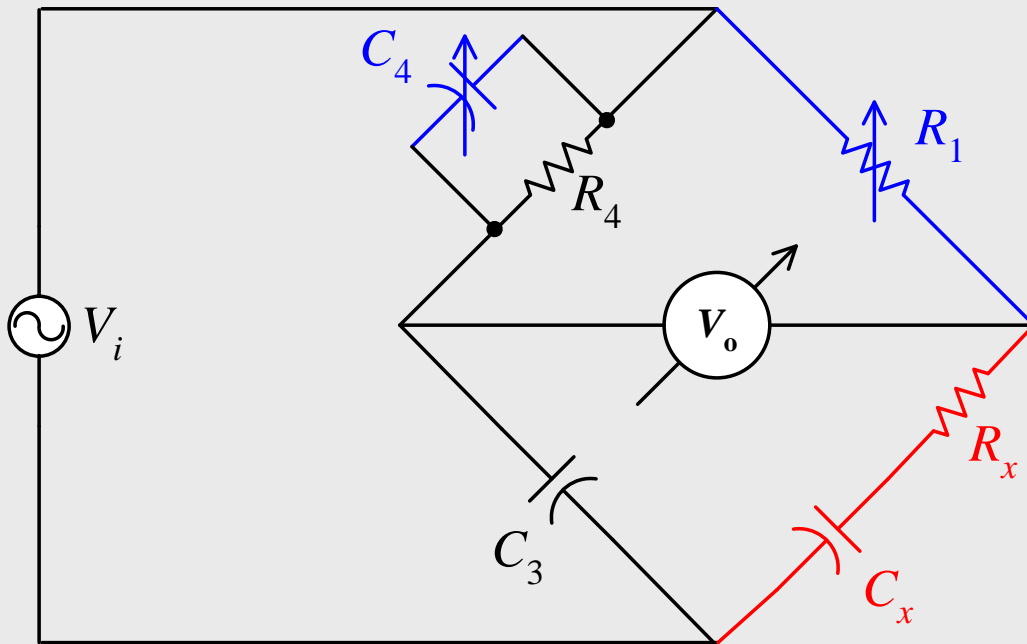
$$Q = \frac{1}{\omega R_3 C_3}$$

Botão de ajuste pode ser calibrado para fornecer uma leitura de Q



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Schering)



Neste caso ajusta-se um capacitor ao invés de um resistor

R_x é pequeno (alto Q)
 C_3 é de precisão

Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Schering)

Ponte Balanceada:

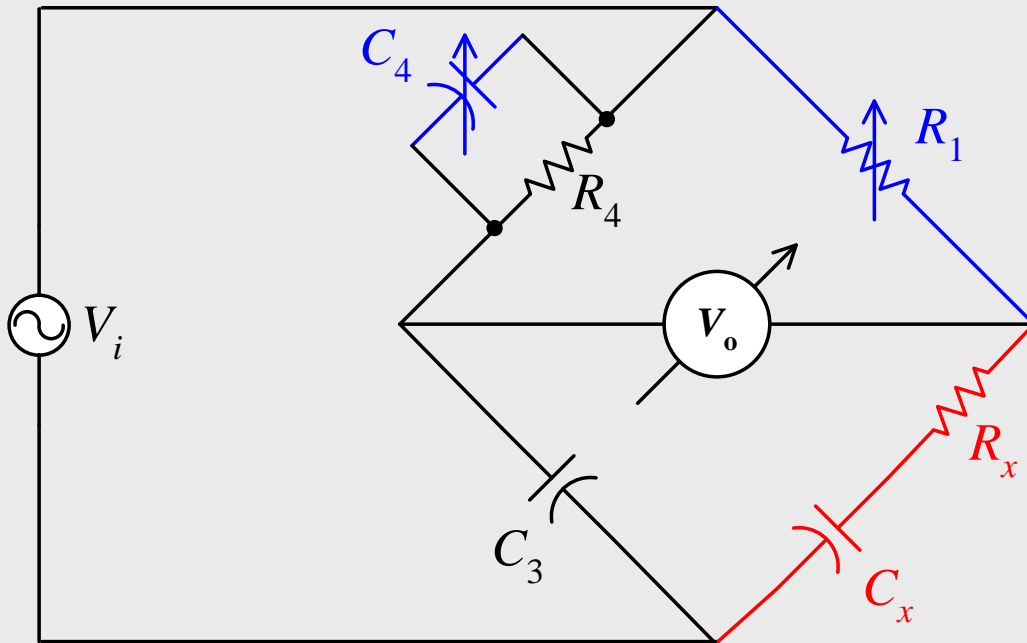
$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

$$Z_1 = R_1$$

$$Z_3 = \frac{1}{j\omega C_3}$$

$$Y_4 = \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_4} + j\omega C_4$$

$$Z_x = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}$$

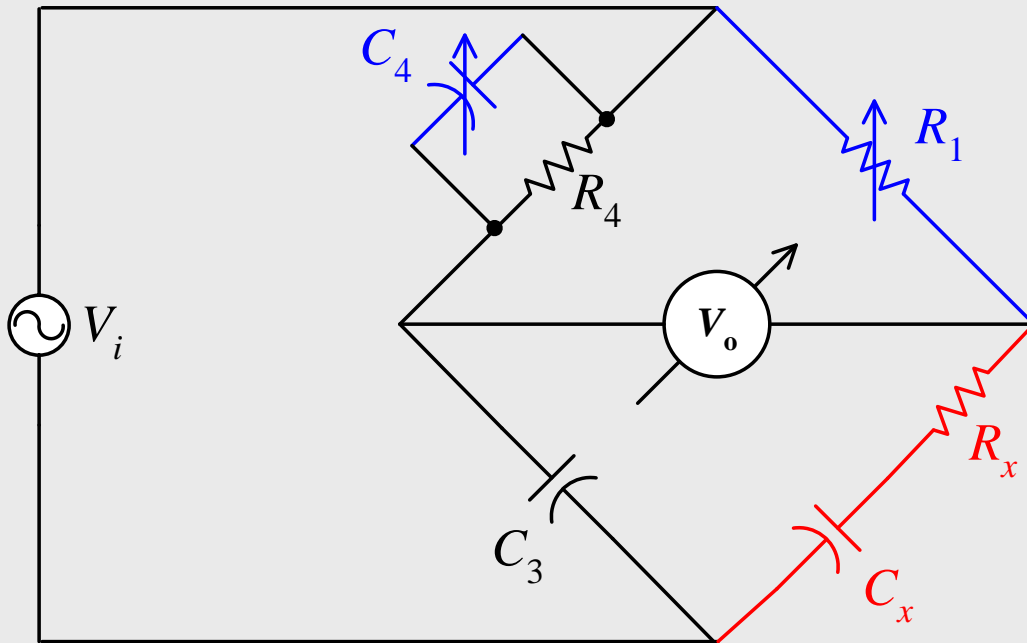


2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Schering)

Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$



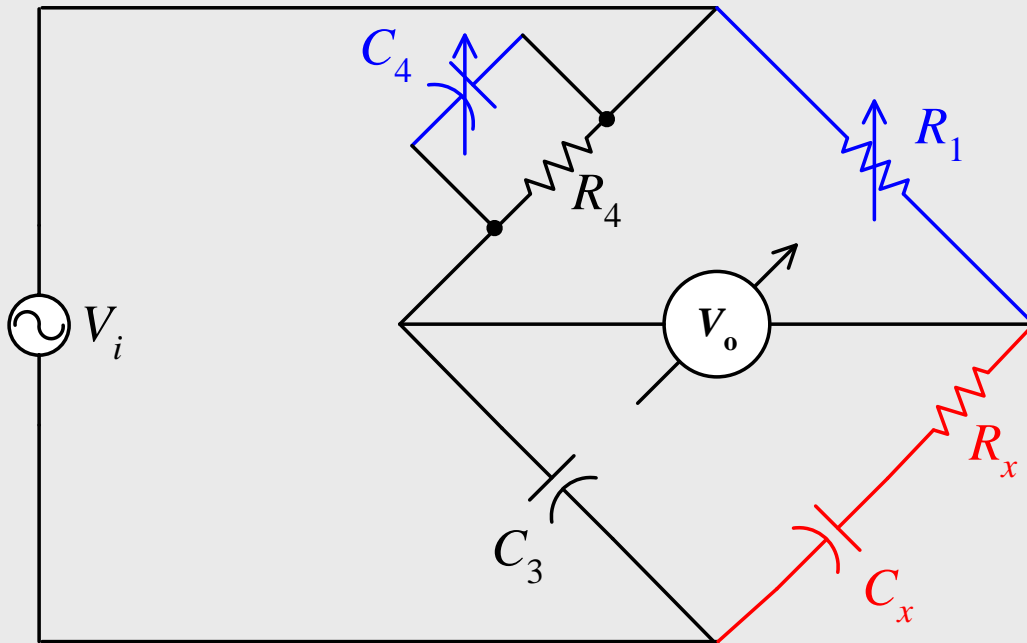
$$\frac{R_1}{j\omega C_3} = \frac{R_4}{1 + j\omega R_4 C_4} \frac{1 + j\omega R_x C_x}{j\omega C_x}$$

$$R_x = \frac{R_1 C_4}{C_3}$$

$$C_x = \frac{R_4}{R_1} C_3$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Schering)



Seqüência de ajuste:

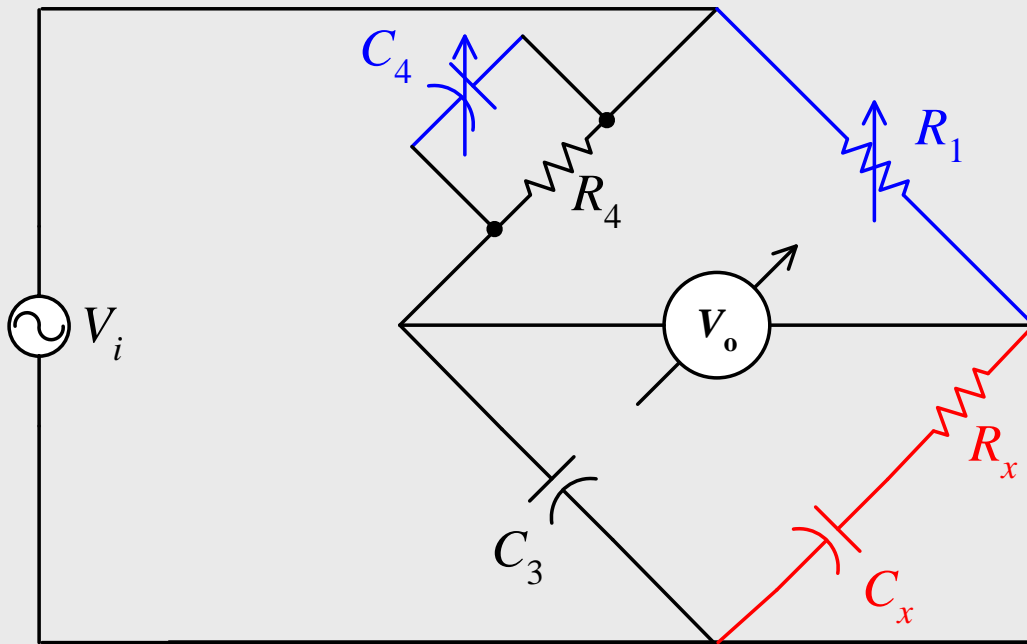
Ajuste de $R_1 \rightarrow V_{o\min}$
Ajuste de $C_4 \rightarrow V_o \cong 0$

Ajuste de $R_1 \rightarrow V_{o\min}$
Ajuste de $C_4 \rightarrow V_o \cong 0$

Ajuste de $R_1 \rightarrow V_{o\min}$
Ajuste de $C_4 \rightarrow V_o = 0$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Schering)



Lembrando que:

$$Q = \frac{1}{\omega R_x C_x}$$

$$R_x = \frac{R_1 C_4}{C_3} \quad C_x = \frac{R_4}{R_1} C_3$$



$$Q = \frac{1}{\omega R_4 C_4}$$

Botão de ajuste pode ser calibrado para fornecer uma leitura de Q

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Schering)



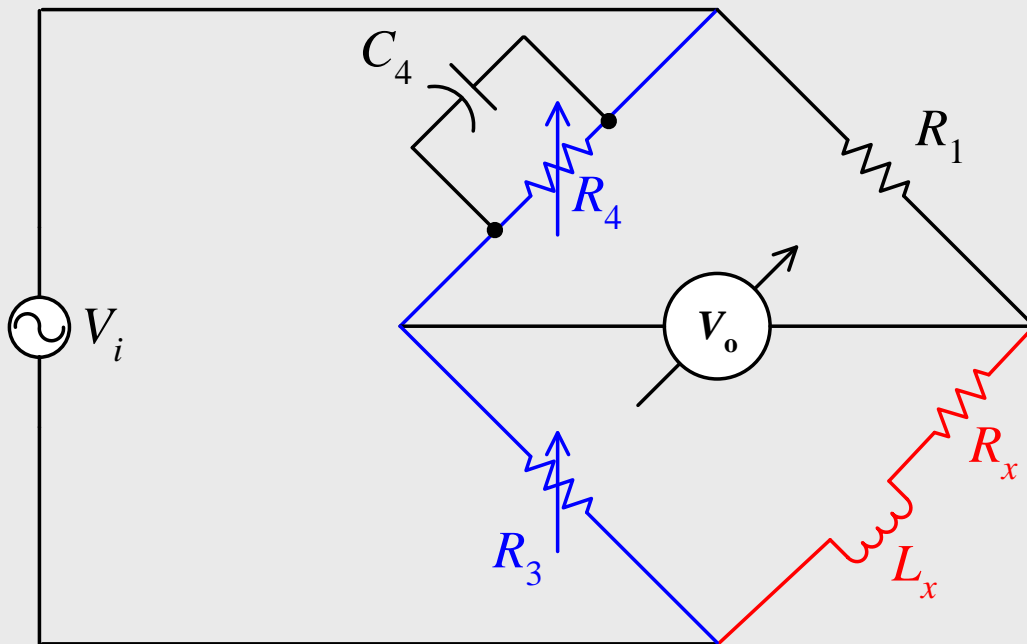
2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Capacitores (Schering)



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Indutores (Maxwell)



R_x representa a resistência interna do indutor L_x , que se deseja medir

R_x é grande (baixo Q)

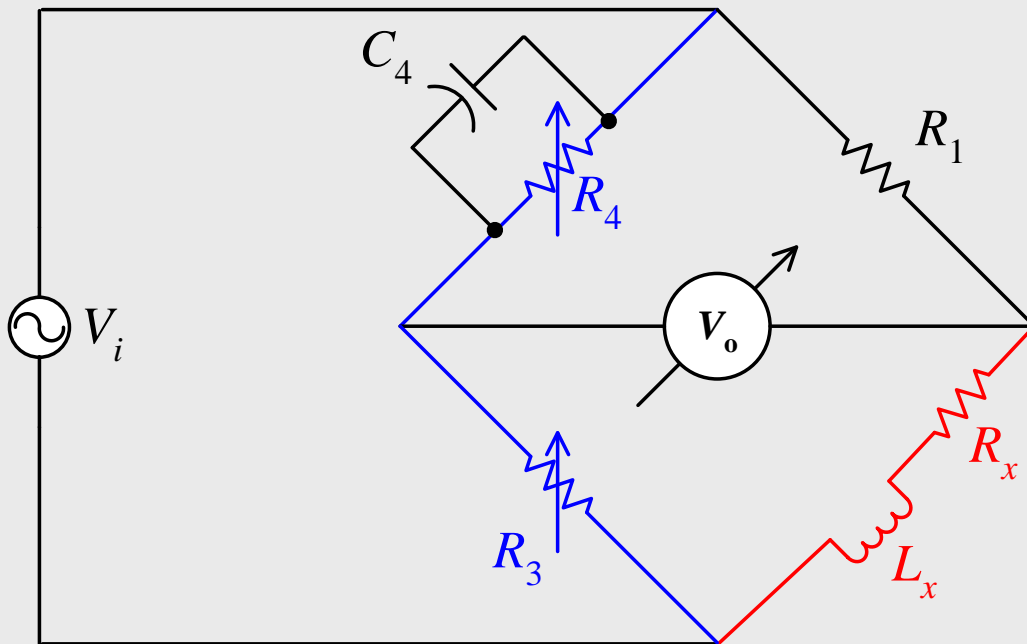
R_3 é de precisão

Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Indutores (Maxwell)



Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

$$Z_1 = R_1$$

$$Z_3 = R_3$$

$$Y_4 = \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_4} + j\omega C_4$$

$$Z_x = R_x + j\omega L_x$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Indutores (Maxwell)

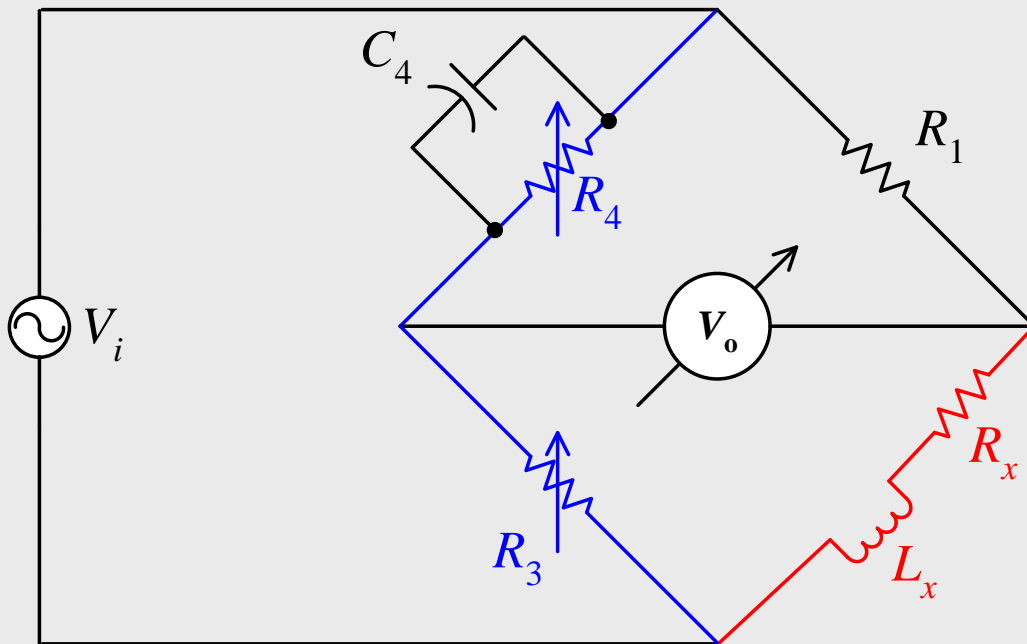
Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_x$$

$$R_1 R_3 = \frac{R_4}{1 + j\omega R_4 C_4} \frac{1 + j\omega R_x C_x}{j\omega C_x}$$

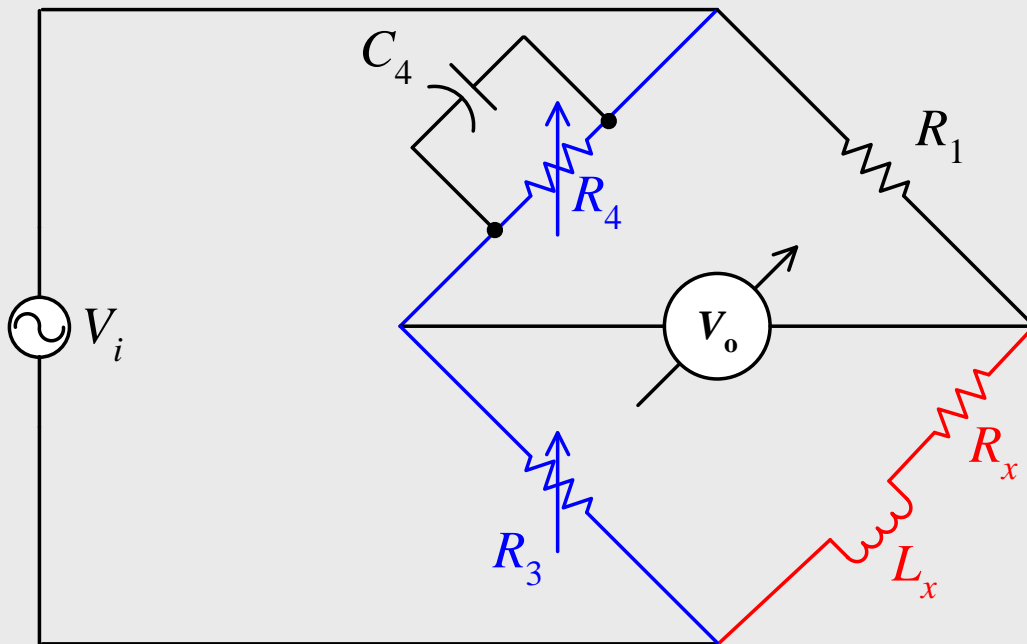
$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_4}$$

$$L_x = C_4 R_1 R_3$$



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Indutores (Maxwell)



Seqüência de ajuste:

Ajuste de $R_3 \rightarrow V_{o\min}$

Ajuste de $R_4 \rightarrow V_o \cong 0$

Ajuste de $R_3 \rightarrow V_{o\min}$

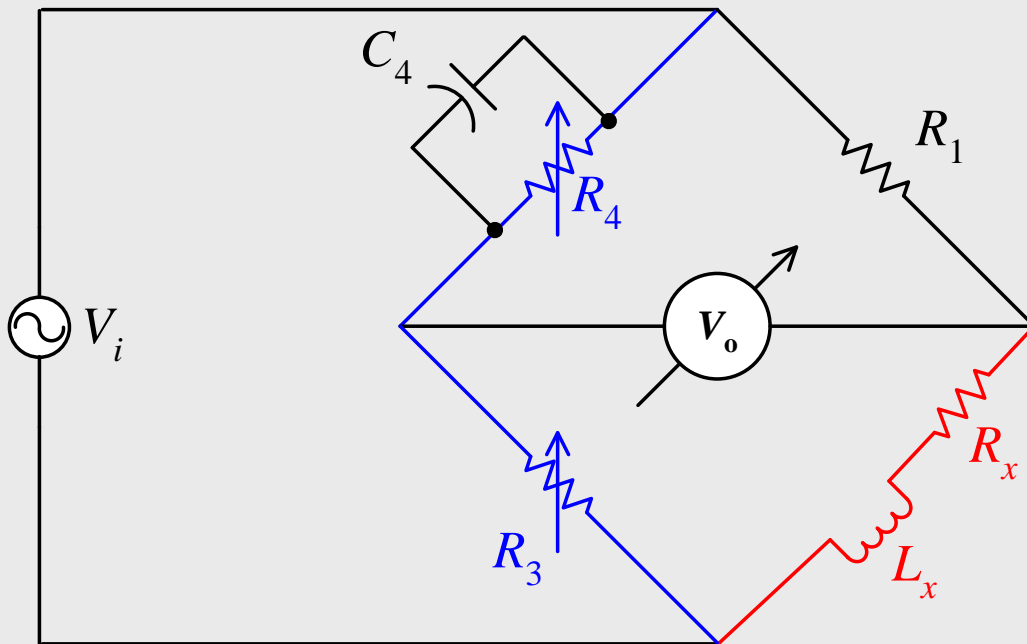
Ajuste de $R_4 \rightarrow V_o \cong 0$

Ajuste de $R_3 \rightarrow V_{o\min}$

Ajuste de $R_4 \rightarrow V_o = 0$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Indutores (Maxwell)



Lembrando que:

$$Q = \frac{\omega L_x}{R_x}$$

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_4}$$

$$L_x = C_4 R_1 R_3$$

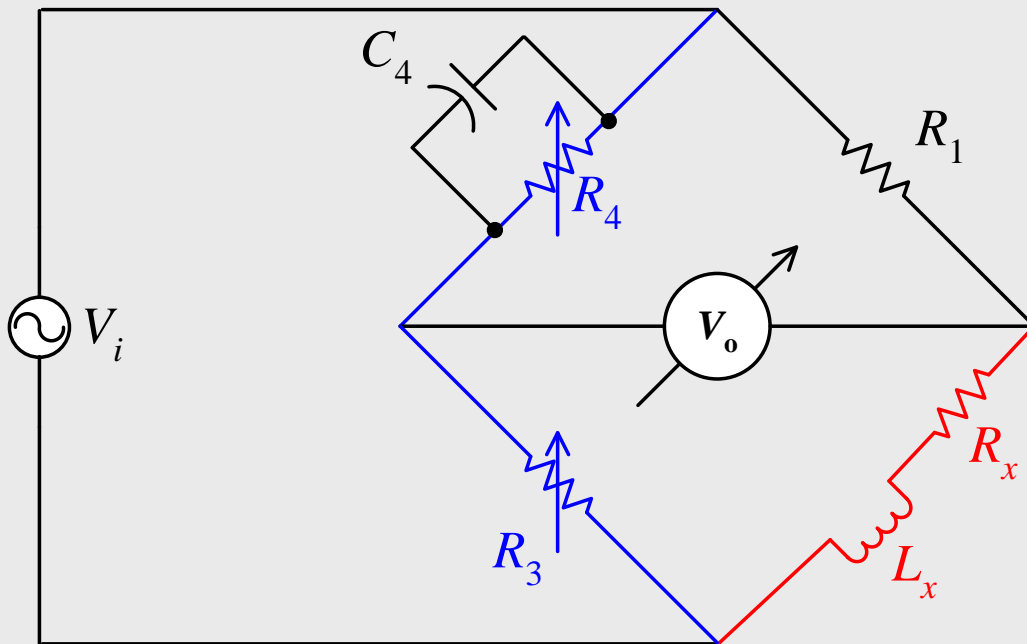


Botão de ajuste pode ser calibrado para fornecer uma leitura de Q

$$Q = \omega R_4 C_4$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Indutores (Maxwell)



Esta ponte é indicada para medição de indutores com valores baixos e médios de Q :
($1 < Q < 10$)

Para medição de indutores com altos valores de Q , a resistência R_4 teria que ser muito grande.

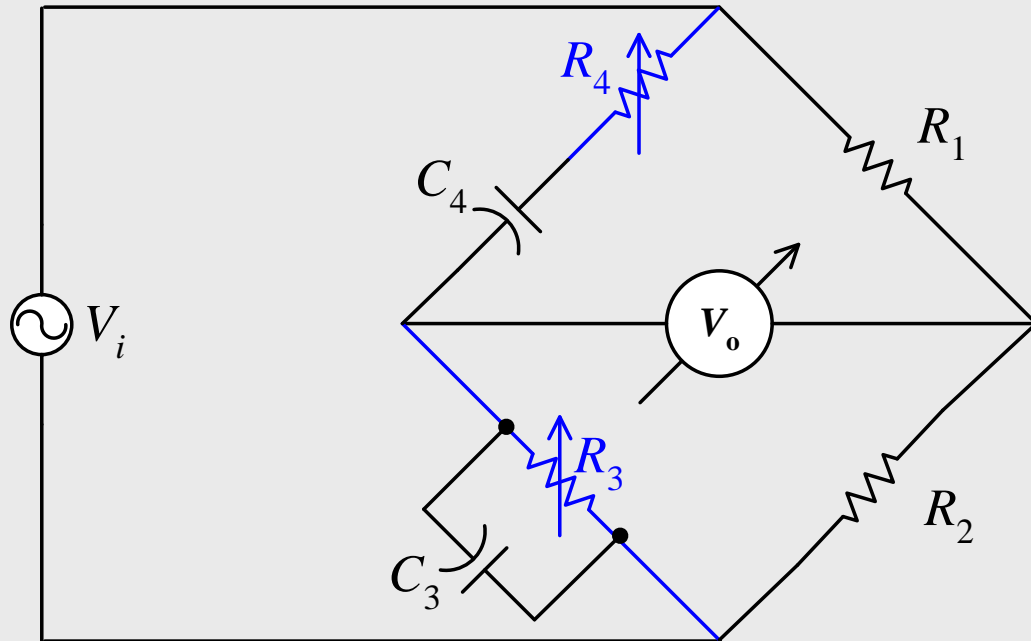
2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Indutores (Maxwell)



2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Freqüência: Ponte de Wien



Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_2$$

$$Z_1 = R_1$$

$$Z_2 = R_2$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{R_3} + j\omega C_3$$

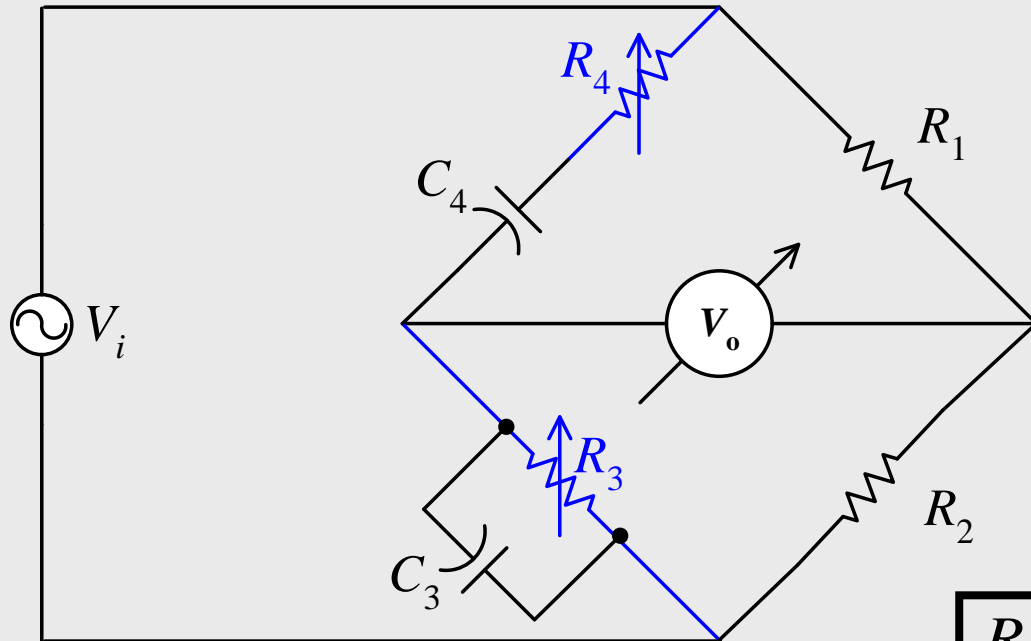
$$Z_4 = R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Freqüência: Ponte de Wien

Ponte Balanceada:

$$Z_1 Z_3 = Z_4 Z_2$$



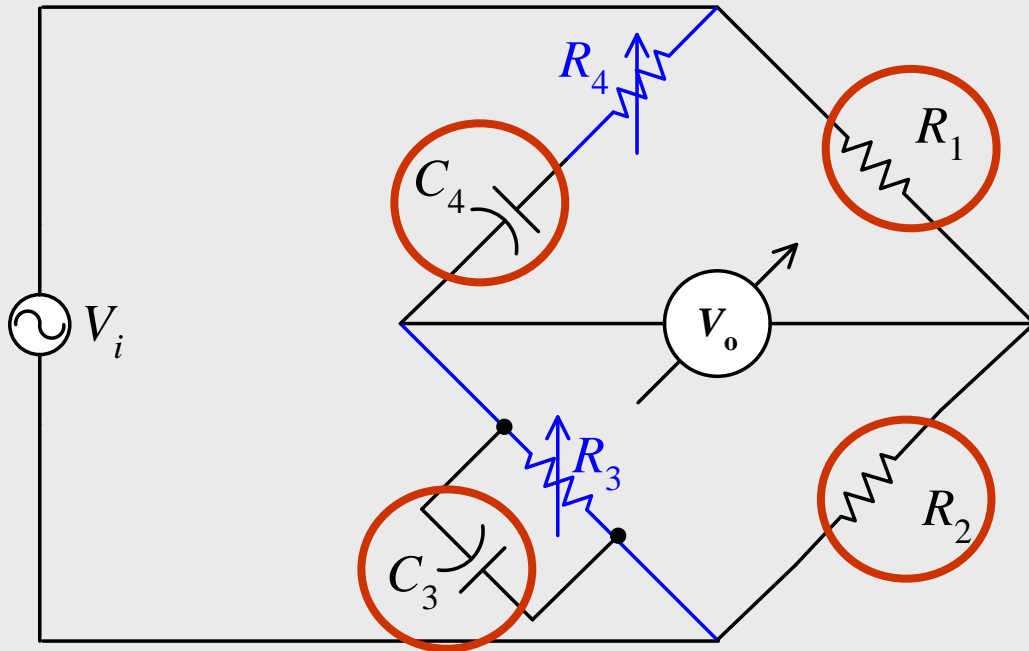
$$R_1 \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3} = R_2 \frac{1 + j\omega R_4 C_4}{j\omega C_4}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} + \frac{C_3}{C_4}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{R_3 R_4 C_3 C_4}}$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Frequência: Ponte de Wien



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} + \frac{C_3}{C_4}$$

$$\frac{R_4}{R_3} = \text{constante}$$

2.3b) Circuitos de Pontes

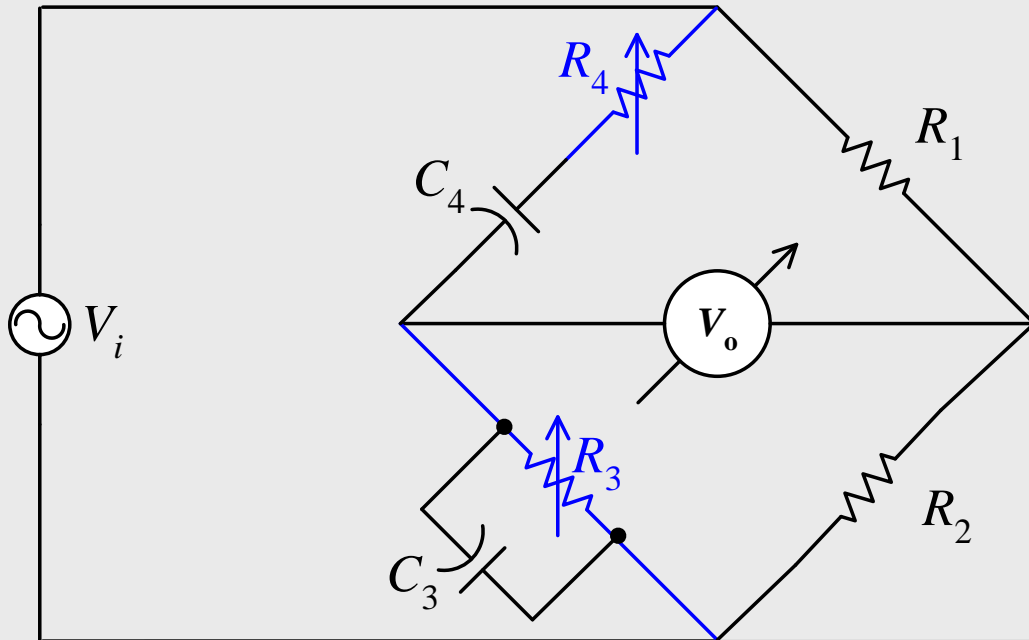
⌘ Medição de Freqüência: Ponte de Wien

Sejam:

$$R_3 = R_4 = R \text{ (variável)}$$

$$C_3 = C_4 = C$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 2$$



Botão de ajuste comum pode ser calibrado para fornecer uma leitura de ω

$$\omega = \frac{1}{RC}$$

2.3b) Circuitos de Pontes

⌘ Medição de Freqüência: Ponte de Wien

