Introdução aos sinais discretos e conversão de sinais analógicos para digitais

Dispositivos de Medição Elétrica

- Usualmente, dois tipos de equipamentos são utilizados na medição de sinais elétricos:

- **Medidores analógicos**: são compostos apenas de componentes analógicos. Estes medidores são frequentemente encontrados em mostradores de equipamentos, devido a sua facilidade de leitura.

- **Medidores digitais**: esses tipos de medidores possuem um conversor Analógico-Digital para transformar o sinal elétrico analógico em um dado digital. São amplamente empregados para a aquisição e análise de sinais por computadores.

Dispositivos Analógicos

Voltímetros

Osciloscópios

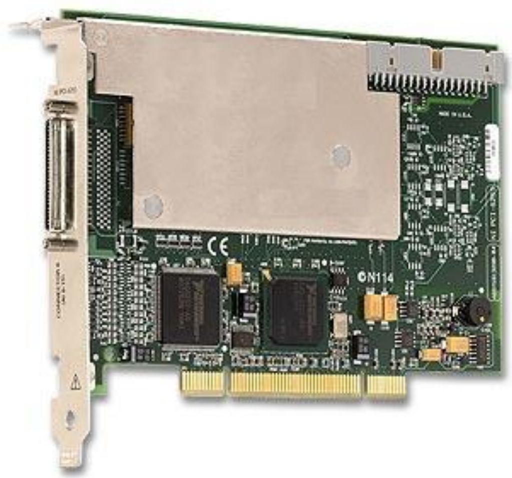
Sistemas de aquisição de dados

Dispositivos digitais

Voltímetros

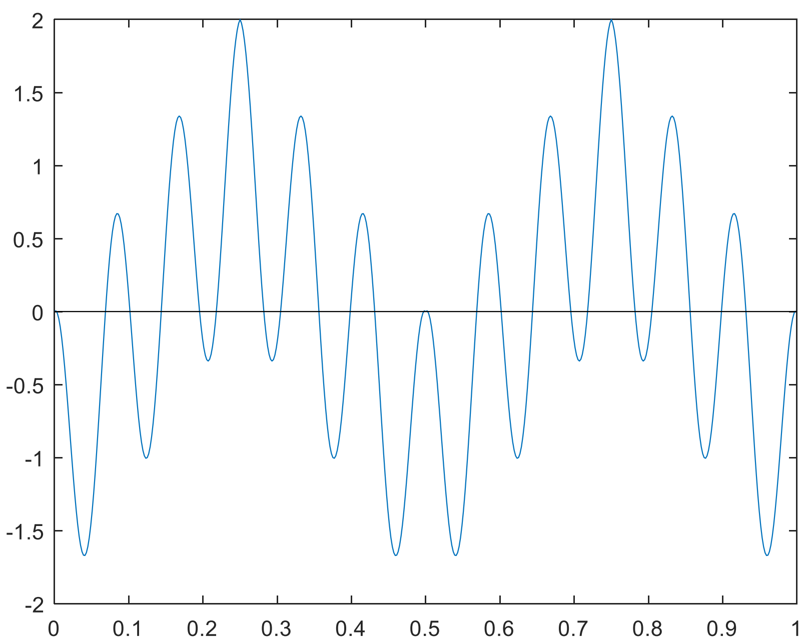
Osciloscópios

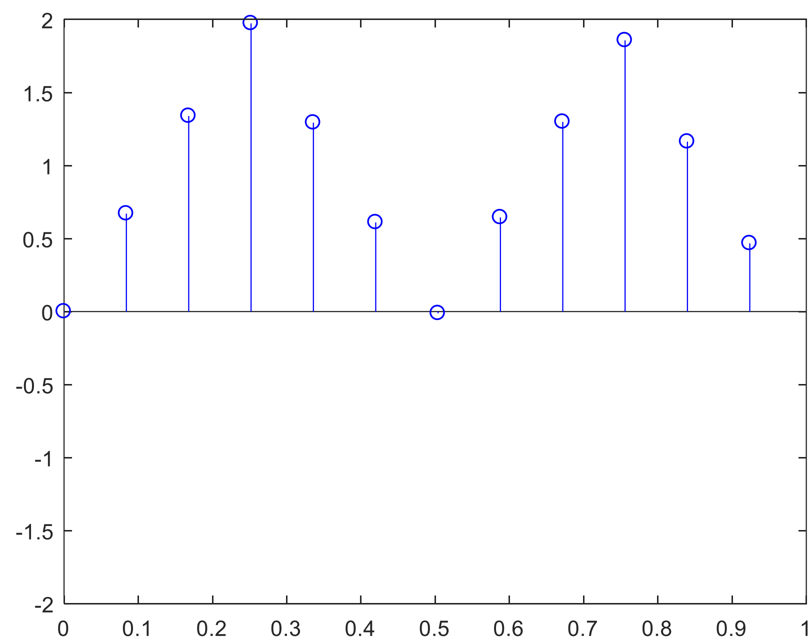
Sistemas de Aquisição de Dados



Sinais Analógicos vs Digitais

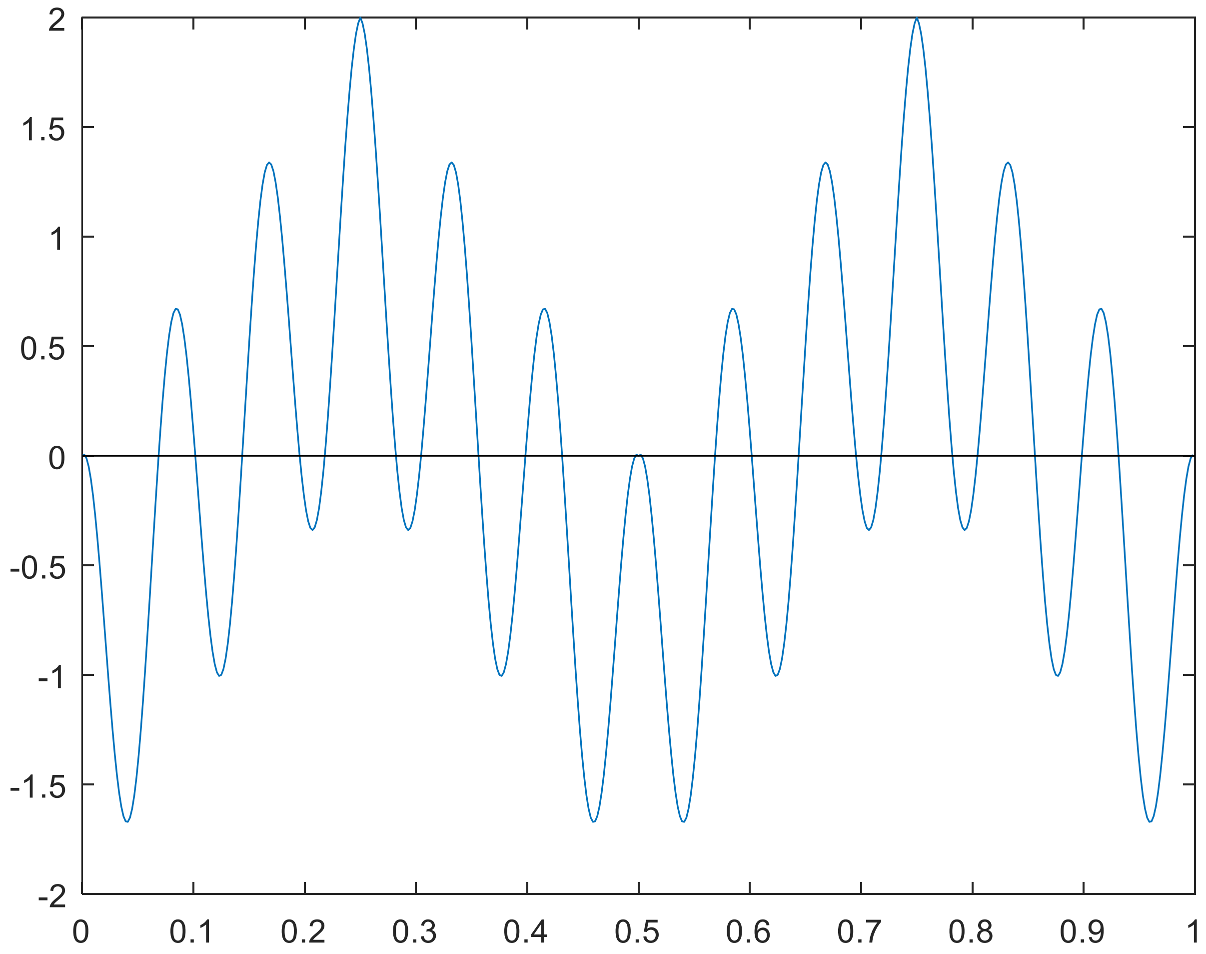
- Quais as principais diferenças?
- Os dois sinais representam a mesma coisa?
- Exemplos:





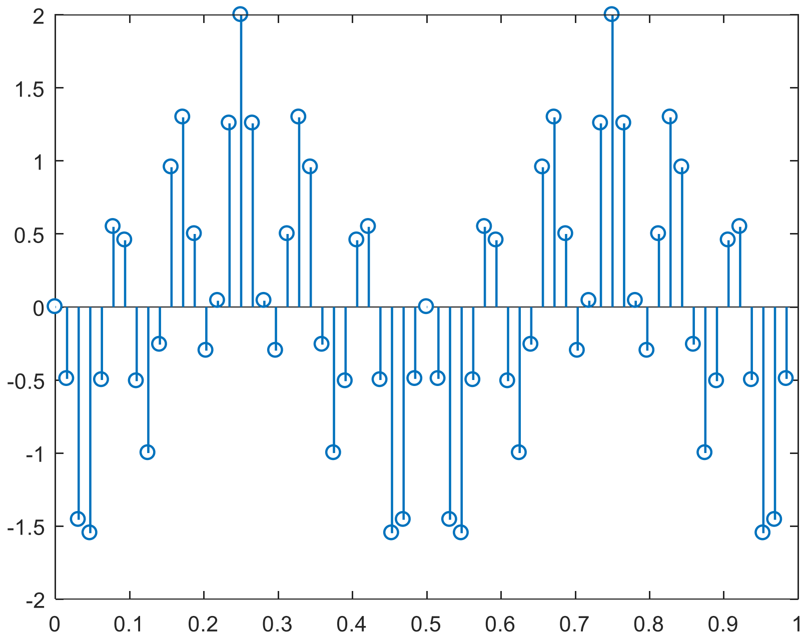
Sinais Analógicos vs Digitais

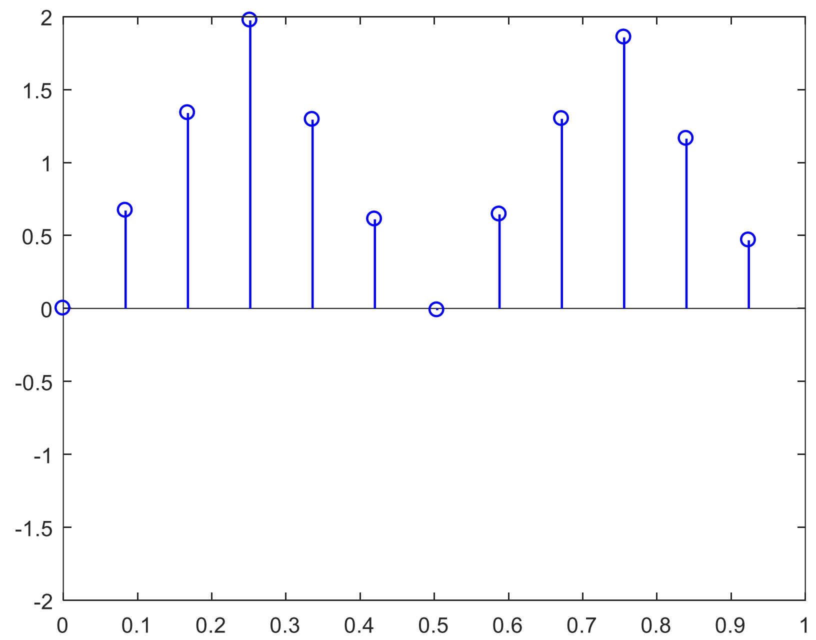
- Um sinal contínuo contém um número infinito de amostras com resolução infinitesimal. Ex.: função seno ou cosseno



Sinais Analógicos vs Digitais

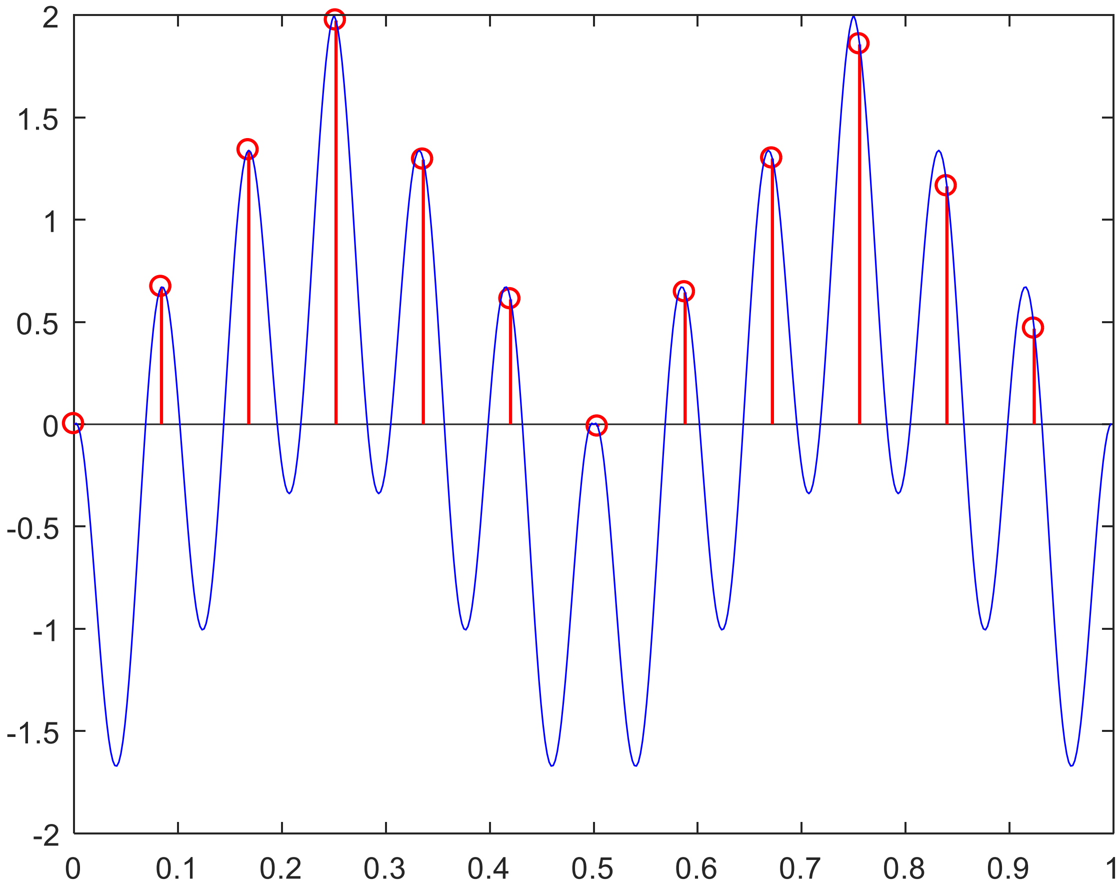
- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução





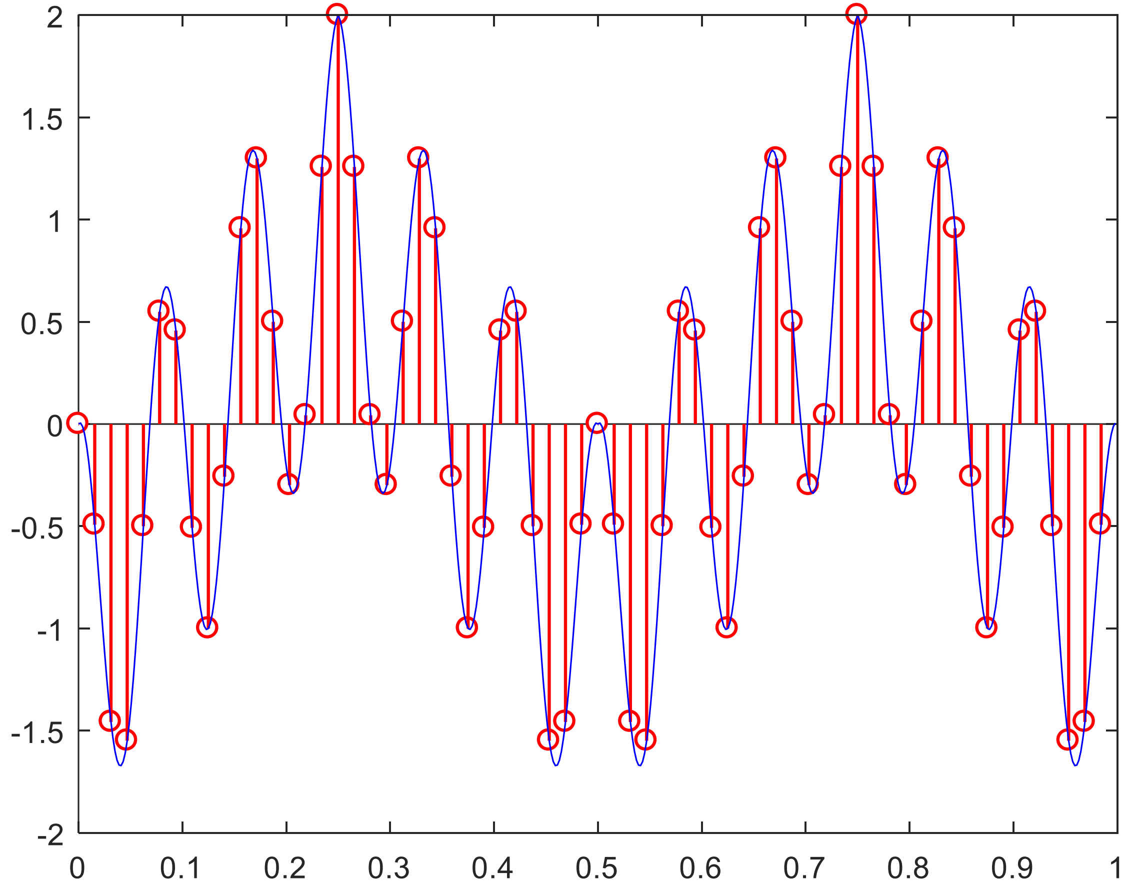
Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



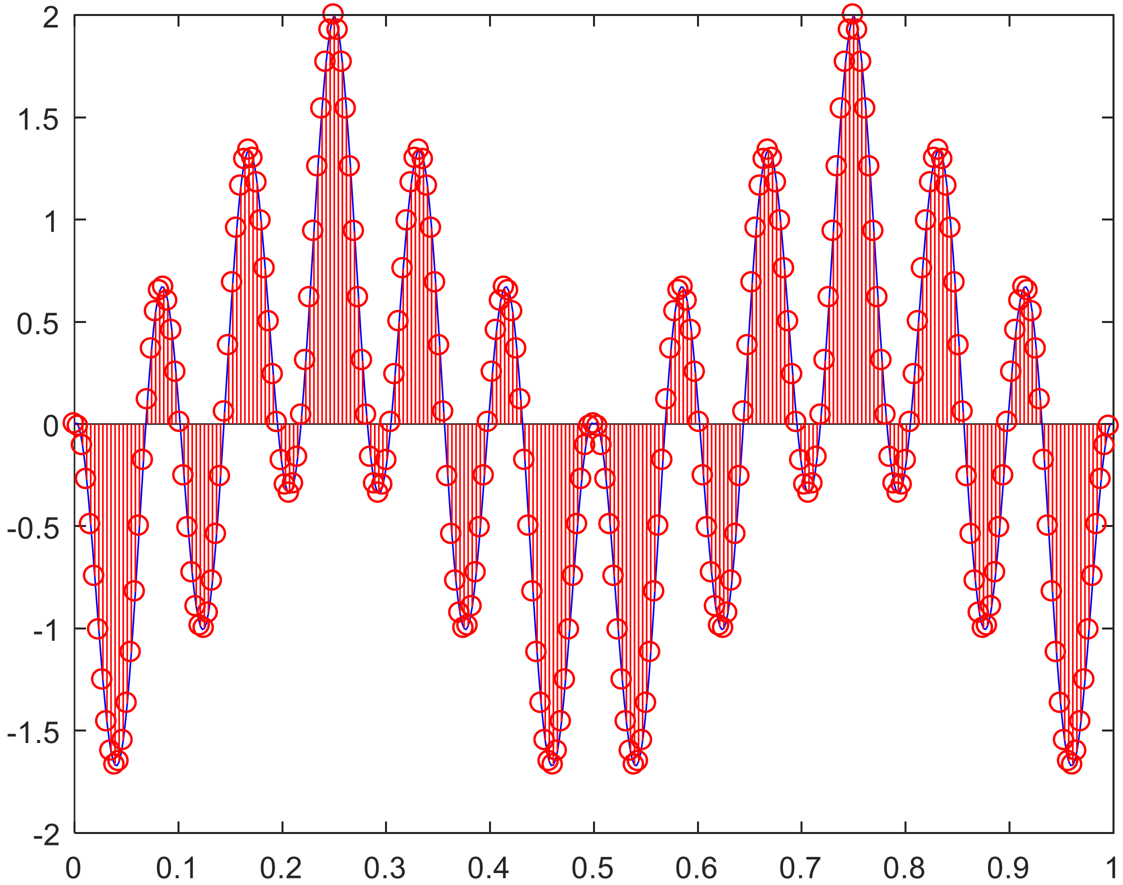
Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



Sinais Analógicos vs Digitais

- Sinais discretos são limitados em número de amostras, intervalo de amostragem e resolução



Definições

- Representação em tempo <u>**contínuo**</u> : *x(t)*

  onde t é um numero real que representa a variável independente de tempo contínua

- Representação em tempo <u>**discreto**</u> : $x[n]$, $x(k\Delta t)$ ou $x(k)$

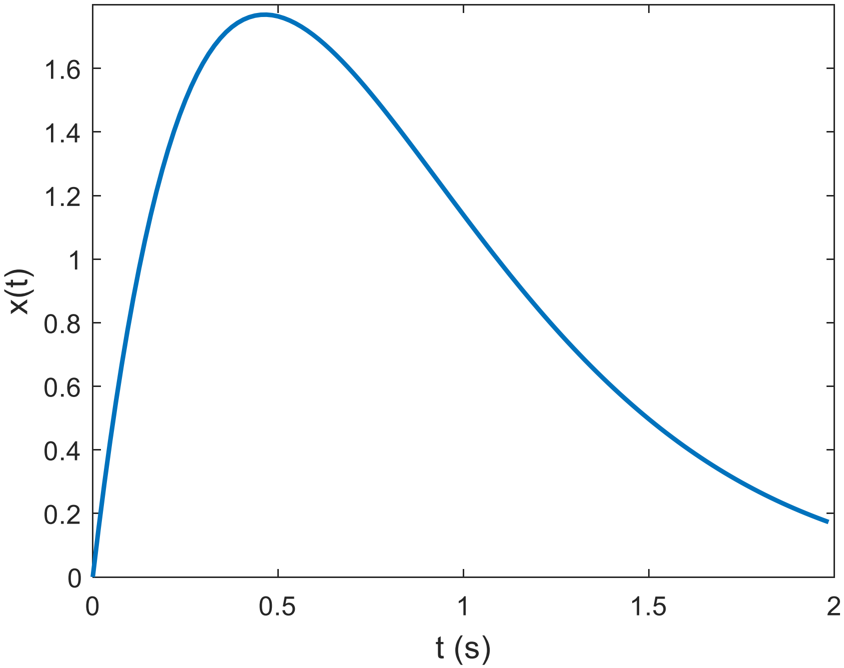
  onde Δt é o intervalo de amostragem e k e n representam variáveis de tempo discretas

Definições

➢ Exemplo:

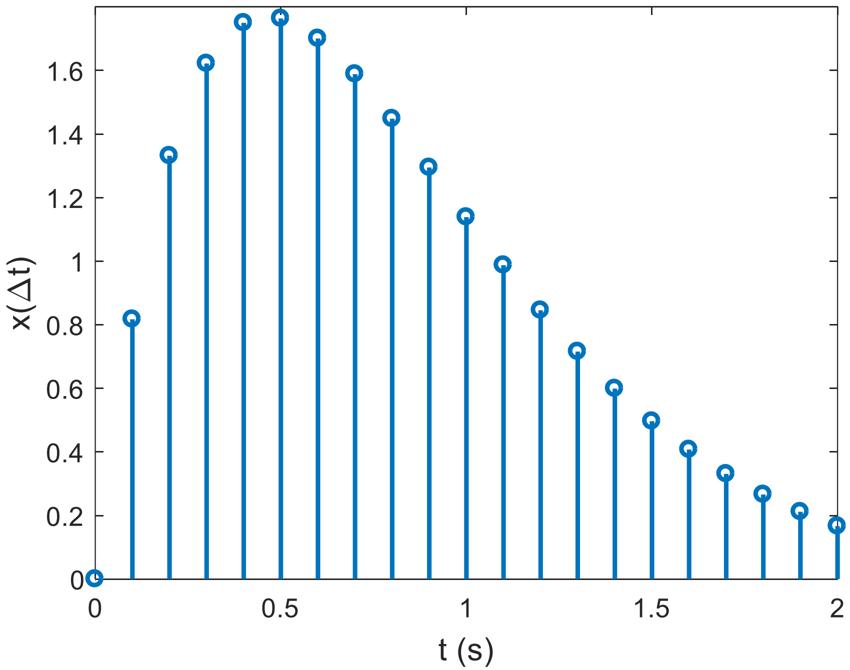
Contínuo

$$x(t) = 10e^{-2t}sen(t)$$



Discreto

$$x(k\Delta t) = 10e^{-2k\Delta t}sen(k\Delta t)$$
$$com\ \Delta t = 0.1s$$

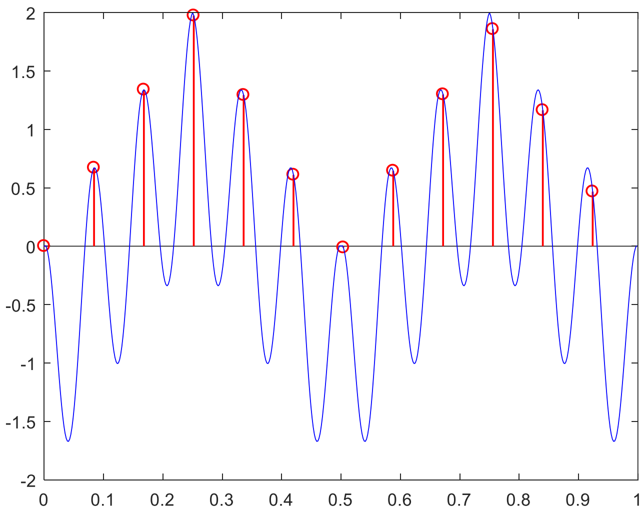


Sinais Analógicos vs Digitais

- Observa-se que essencialmente os dois sinais são diferentes

- No entanto, o sinal digital pode ser uma boa representação do contínuo, dependendo dos parâmetros de digitalização.

- Em alguns casos, o sinal digital pode representar somente uma parte o conteúdo de um sinal contínuo

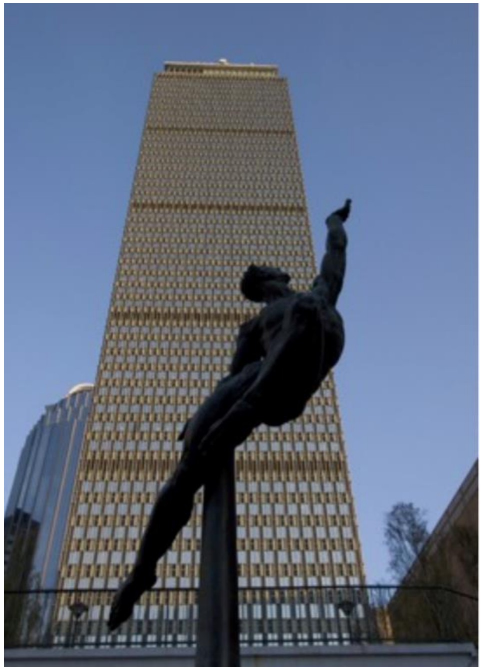


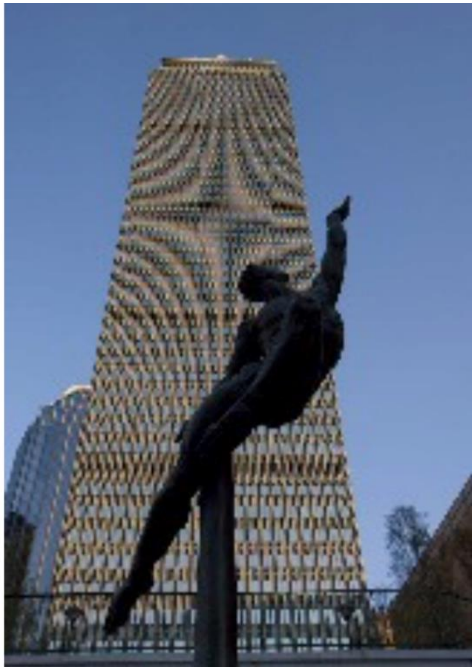
- Logo, a definição do intervalo entre amostras (Δt) é um parâmetro importante na digitalização de sinais

Amostragem

- Com base no que já foi apresentado, é possível observar que uma amostragem insuficiente pode mascarar informações relevantes contidas no sinal contínuo.

- O mesmo pode acontecer em imagens:





- Como isso acontece? É possível evitar a perda de informações relevantes?

Amostragem

- Quando amostramos um sinal senoidal de frequência ω, temos

$$\begin{aligned} x[n] &= x(k\Delta t) \\ &= A.cos(2\pi\omega k\Delta t) \\ &= A.cos(2\pi\widehat{\omega}k) \end{aligned}$$

- Pode-se notar que definimos uma nova frequência característica

$$\widehat{\omega} = \omega.\Delta t = \frac{\omega}{f_s}$$

Onde fs é a taxa de amostragem ou 1/Δt. Logo, $\widehat{\omega}$ pode ser entendido como uma frequência relativa (ciclos/amostra)

Amostragem

- Para valores de $\widehat{\omega}$ maiores que 1 (por exemplo, $\widehat{\omega}$=1.2), temos

$$x[n] = A.cos(2\pi\widehat{\omega}k) = A.cos[2\pi(1 + 0.2)k]$$

$$x[n] = A.cos[2k\pi + 2k\pi(0.2)k] = A.cos[2k\pi(0.2)]$$

- Nesse caso, nota-se que os sinais discretos *x[n]* com $\widehat{\omega}$=1.2 e $\widehat{\omega}$=0.2, são idênticos.

- Podemos ir um passo além. Sabendo que cos(θ)=cos(-θ), e analisando a série discreta para um caso com $\widehat{\omega}$ =0.8, temos

$$x[n] = A.cos[2\pi(0.8)k] = A.cos[2k\pi(1 - 0.2)]$$

$$x[n] = A.cos[-2k\pi(0.2)] = A.cos[2k\pi(0.2)k]$$

- Para senos, é possível obter uma relação similar.

Amostragem

- Logo, pode-se notar que para qualquer $|\widehat{\omega}|$>0.5, é possível utilizar uma soma ou subtração de um período inteiro para se encontrar uma frequência equivalente com modulo mais baixo.

$$\widehat{\omega}_{Aparente} = \begin{cases} rem(\widehat{\omega}, 0.5) & para\ p = 0,2,\ldots \\ 0.5 - rem(\widehat{\omega}, 0.5) & para\ p = 1,3,\ldots \end{cases}$$

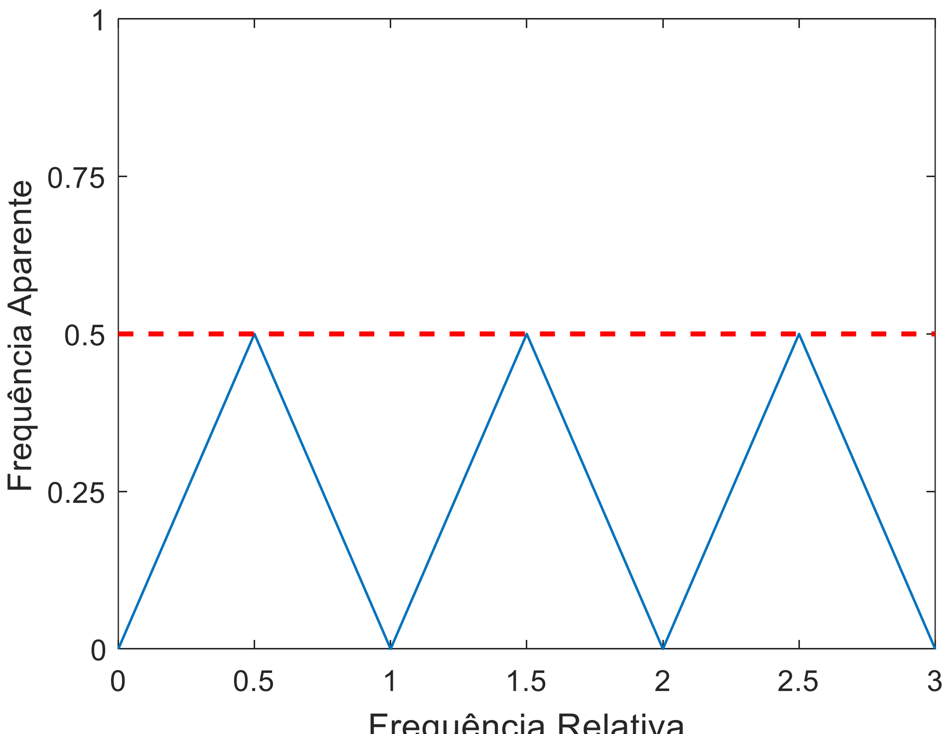
$$onde\ p = mod(\widehat{\omega}, 0.5)$$

- Logo:

$$\widehat{\omega}_{max} = 0.5 = \frac{\omega}{f_s}$$

$$\boxed{\omega_{max} = 0.5 f_s}$$

Teorema de Shannon-Nyquist



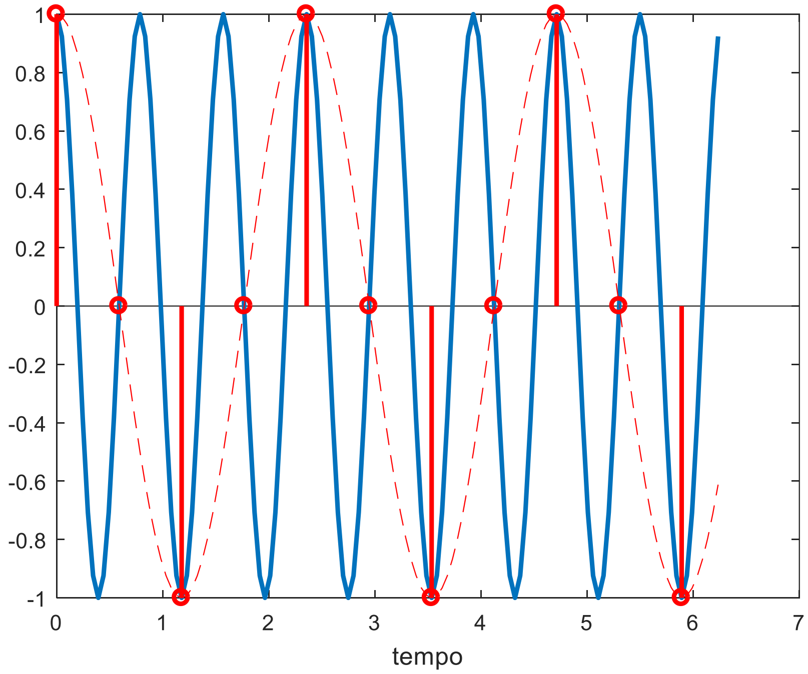
Amostragem

- Qual a consequência do teorema de amostragem de Shannon-Nyquist?

Extraído de https://en.wikipedia.org/wiki/Wagon-wheel_effect

Amostragem

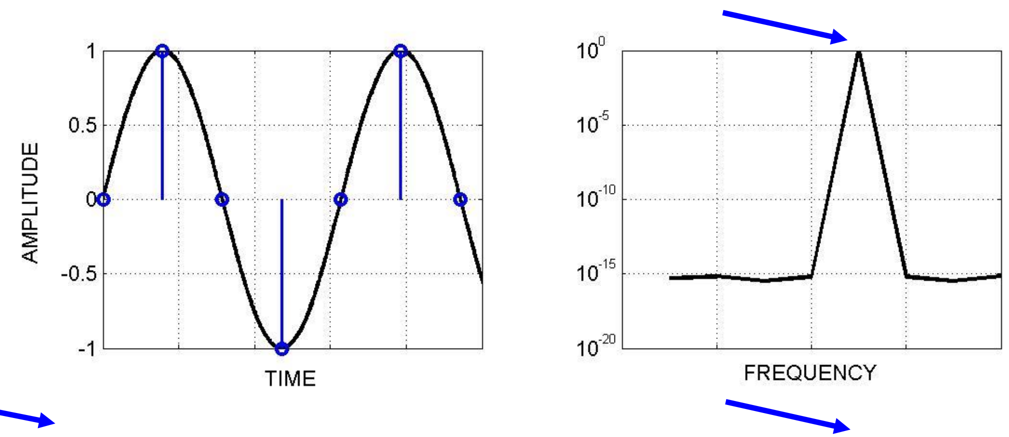
- Qual a consequência do teorema de amostragem de Shannon-Nyquist?



- Dois sinais com frequências diferentes podem ter a mesma representação discreta! Não é só a perda de informação, o sinal digitalizado pode representar uma falsa frequência!

Amostragem

- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência de Nyquist (fs/2).



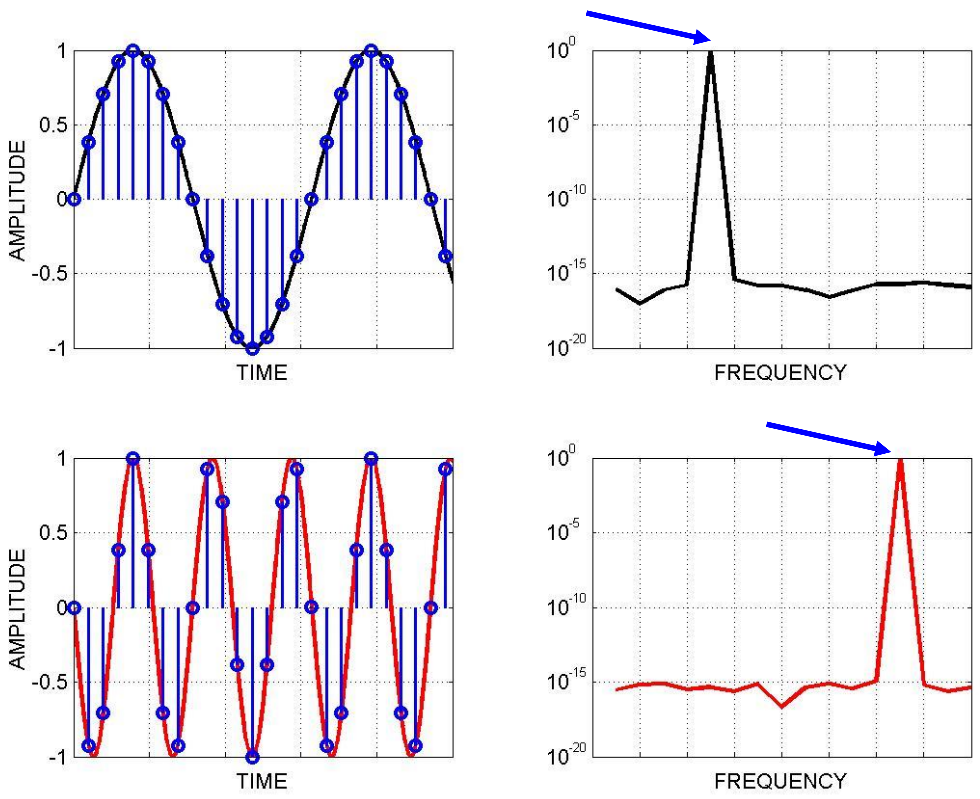
Sinal não pode ser resolvido com a frequência de aquisição utilizada(Freq> $Freq_{Nyquist}$).

Se não for removido cria falsas frequências (aliasing).

Amostragem

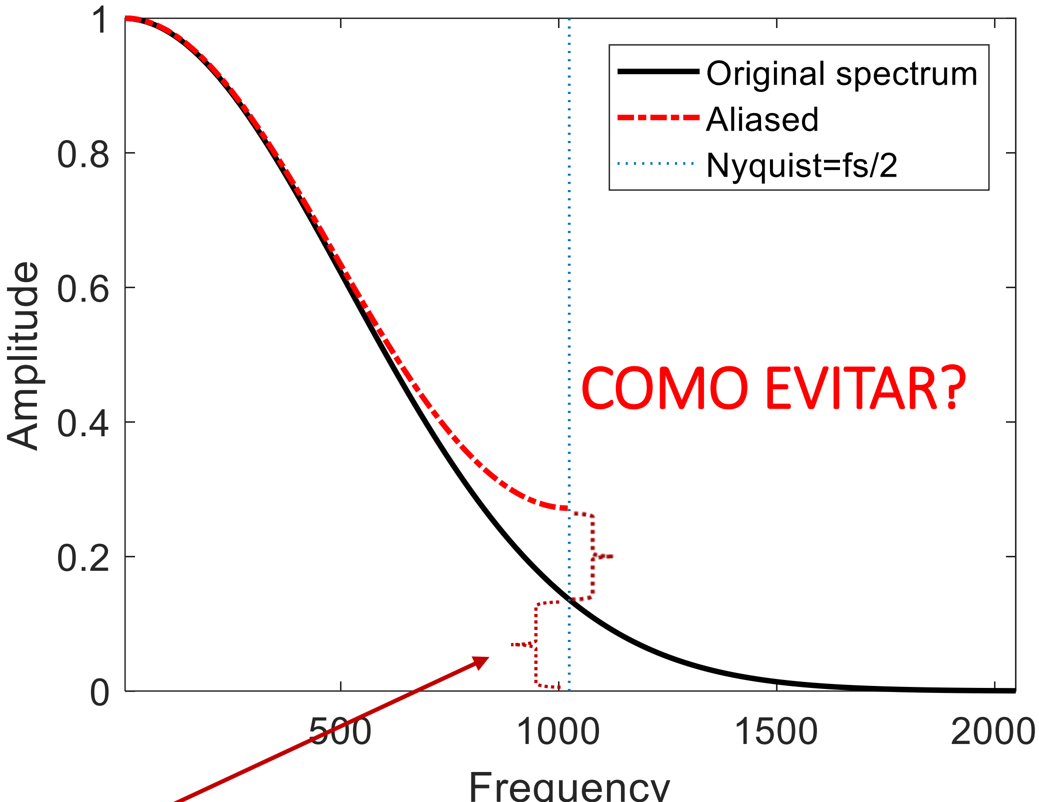
- Exemplo da amostragem de sinais com frequência acima da frequência de Nyquist (fs/2).

Frequências abaixo de Nyquist podem ser bem resolvidas com análise espectral (será vista no curso)



Amostragem

➢ Exemplo da contaminação do espectro por frequências acima de Nyquist (fs/2). *Efeito conhecido como aliasing*



Áreas equivalentes

Filtros Analógicos

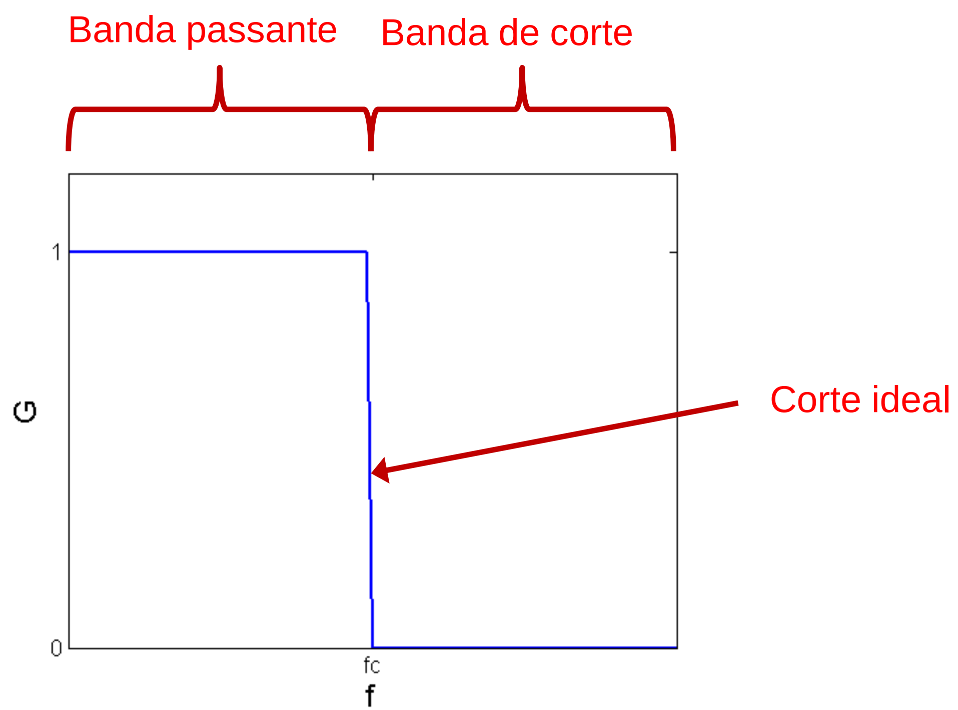
- Para se evitar falsas frequências utiliza-se filtros anti-alias analógicos para remover frequências acima de Nyquist, antes da digitalização. (*Na dúvida ver notas de Métodos Experimentais MEC2310*)

- Diferentes tipos e características

Filtros

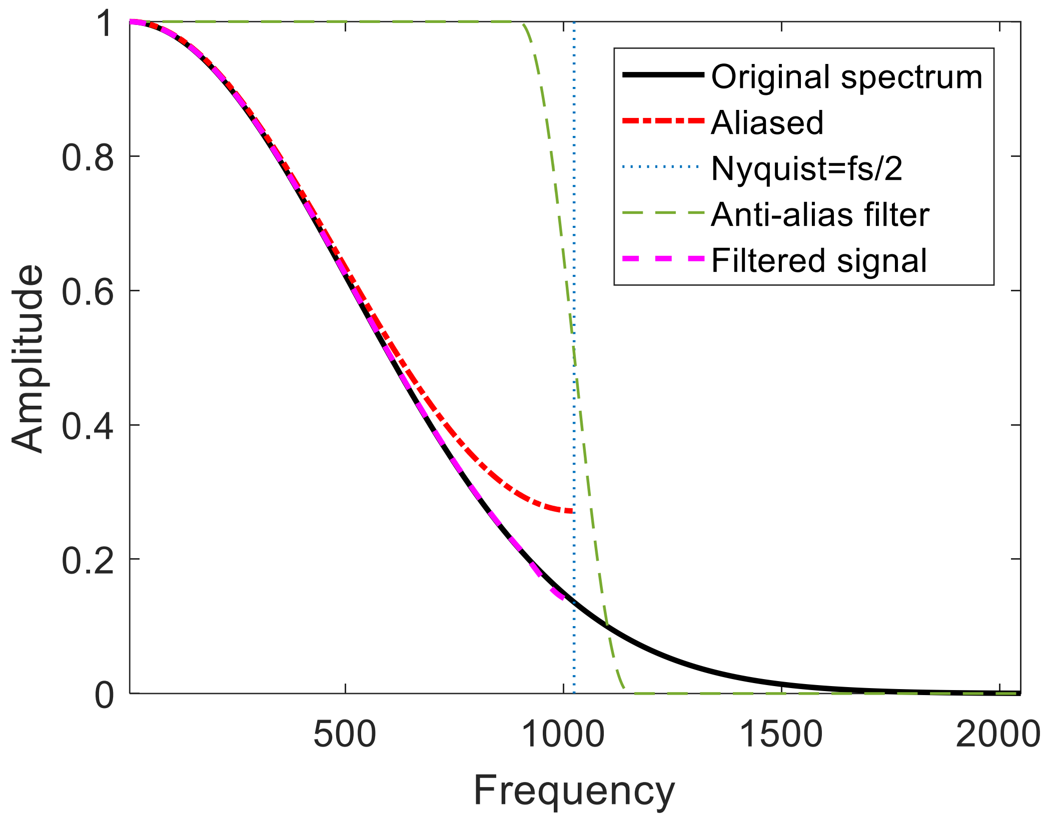
- Filtros anti-alias são do tipo Passa-baixa e o funcionamento pode ser ilustrado com o diagrama a seguir.

- Na prática a função de corte de um filtro analógico é suave e portanto há uma banda de distorção.



Filtros analógicos

- Exemplo do efeito de um filtro na redução de falsas frequências



Resolução em amplitude

- Na conversão de um sinal analógico para digital, a amplitude também é representada com um número finito de intervalos discretos. O número de intervalos está associado a resolução

- Resolução em Bits:

- Normalmente a resolução é dada em bits e se refere ao número de intervalos discretos em que a faixa de medição do equipamento pode ser dividida.

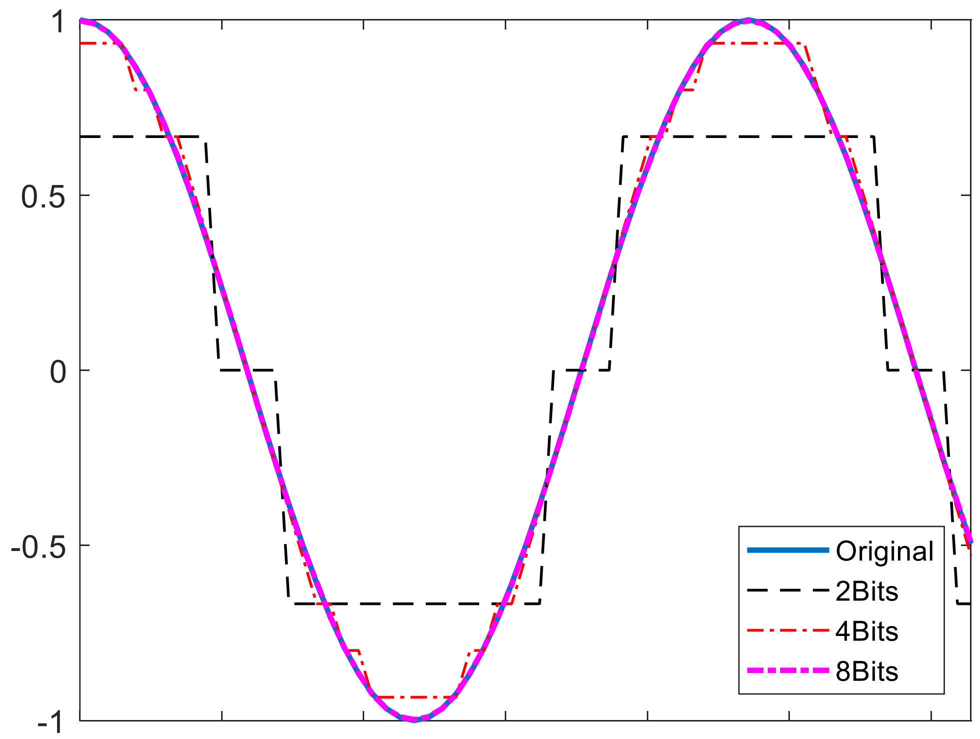
- Ex.: Equipamento com faixa de medição: 0-10V e conversão A/D de 12Bits.

  Número de intervalos discretos =212=4096

  ΔAmplitude = (10-0)/4096=0.0024V (resolução mínima)

Resolução em amplitude

- Resolução em Bits:



Resolução em amplitude

- Na prática, conversores Analógico/Digital (A/D) possuem número de bits e resolução fixos. (Sistemas que permitem a mudança de resolução possuem amplificadores acoplados)

- Logo, cabe ao usuário, ajustar o sinal para utilizar o maior número de intervalos discretos do conversor A/D.

- Para isso, utiliza-se amplificadores analógicos de tensão

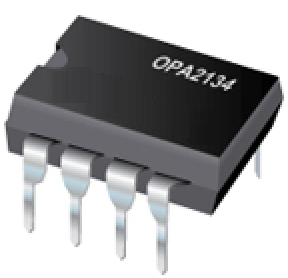
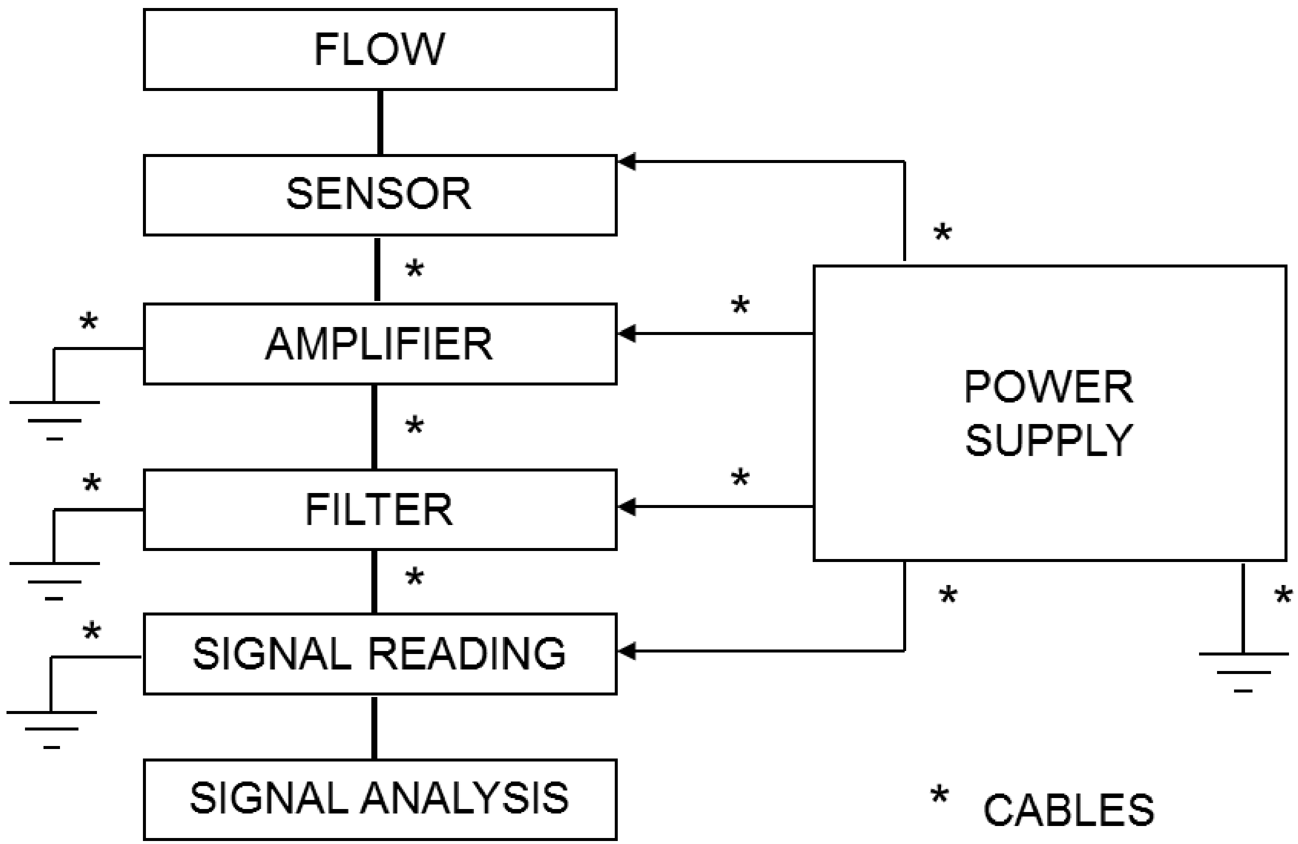
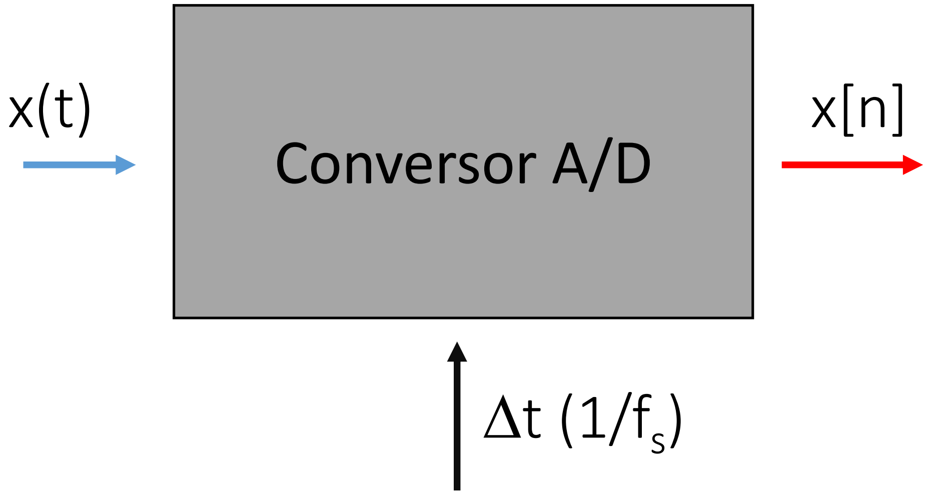


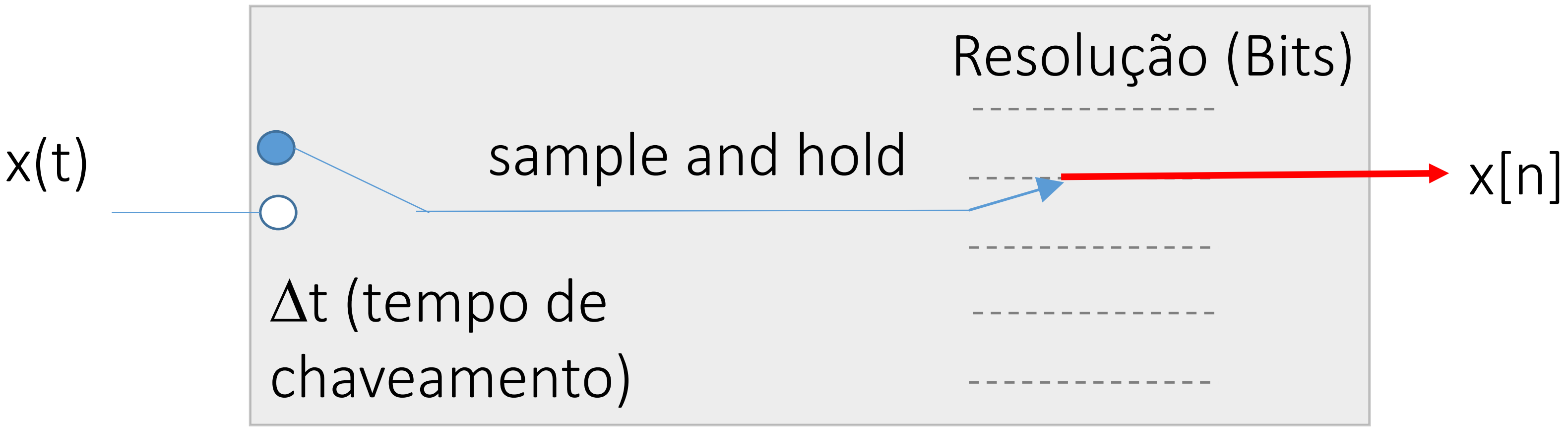
Diagrama de processo de medição



Conversores Analógico Digital

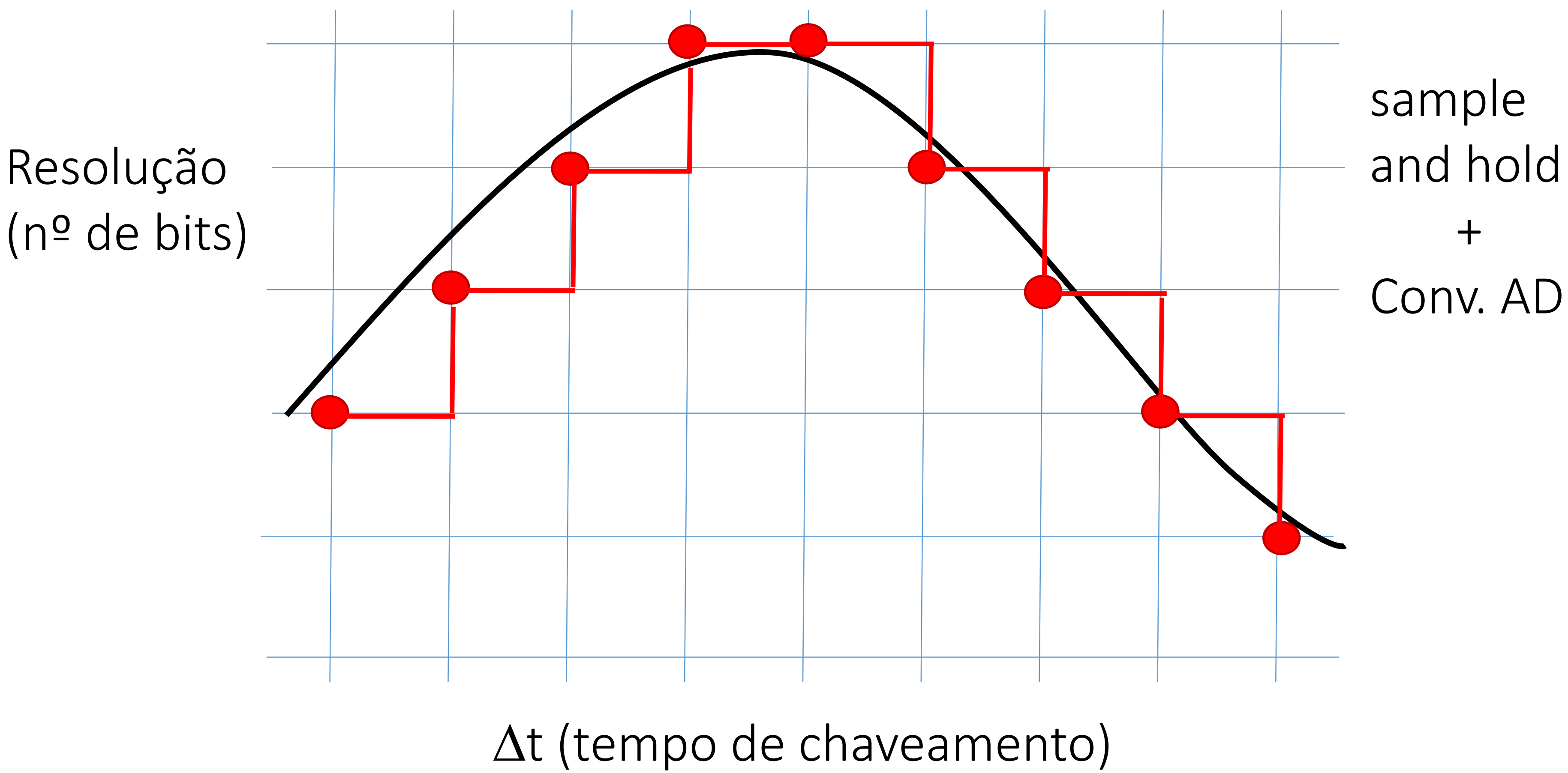
- Com base no que foi visto, os conversores A/D podem ser representados da seguinte forma:





Conversores Analógico Digital

➢ Logo, pode-se visualizar a discretização de um conversor A/D como:



Conversores Analógico Digital

- Observa-se que quando se escolhe o intervalo de amostragem (Δt) e a resolução, define-se a malha de discretização do sinal.

- Os conceitos podem ser estendidos para simulações numéricas com intervalo de amostragem no espaço e no tempo.

- Assim, pode-se extrapolar o que foi visto para imagens, simulações numéricas e etc.

Uma revisão de conceitos pode ser feita usando o Laboratório Virtual

Download: http://lef.mec.puc-rio.br/cursos/processamento-de-sinais/